

評卷參考

本文件專為閱卷員而設，其內容不應視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋本文件時應小心謹慎。

一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。
2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。
3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。
4. 考生可使用評卷參考以外的正確符號，不被扣分。
5. 評卷時遇有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。
6. 錯誤單位 (*u*) 或表達欠佳 (*pp*) 可被扣分：
 - a. 符號 **(u-1)** 代表因錯誤單位而被扣 1 分。在甲部 (1) 和甲部 (2)，每部因錯誤單位最多可扣 **1 分**。在乙部，不可扣 *u* 分。
 - b. 符號 **(pp-1)** 代表因表達欠佳而被扣 1 分。在甲部 (1) 和甲部 (2)，每部因表達欠佳最多可扣 **1 分**。在乙部，不可扣 *pp* 分。
 - c. 在甲部 (1) 和甲部 (2)，每部最多可扣 1 分。
 - d. 在任何情況下，考生在未獲得該部分的分數時，不可被扣分。
7. 評卷參考中，**塗上陰影的部分**代表可省略的步驟，**有外框的部分**代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

解	分	備註
<p>1. $\frac{m^{-12}n^8}{n^3}$</p> $= \frac{n^8}{m^{12}n^3}$ $= \frac{n^{8-3}}{m^{12}}$ $= \frac{n^5}{m^{12}}$	<p>1M 1M 1A ----- (3)</p>	<p>給 $x^{-p} = \frac{1}{x^p}$ 或 $\frac{1}{x^{-p}} = x^p$ 給 $\frac{y^q}{y^r} = y^{q-r}$ 或 $\frac{y^q}{y^r} = \frac{1}{y^{r-q}}$</p>
<p>2. $\frac{3a+b}{8} = b-1$</p> $3a+b = 8(b-1)$ $3a+b = 8b-8$ $3a = 7b-8$ $a = \frac{7b-8}{3}$	<p>1M 1M 1A</p>	<p>給將 a 放在一邊 或等價</p>
<p>3. (a) $x^2 - 6xy + 9y^2$</p> $= (x-3y)^2$ <p>(b) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 7x - 21y$</p> $= (x-3y)^2 + 7x - 21y$ $= (x-3y)^2 + 7(x-3y)$ $= (x-3y)(x-3y+7)$	<p>1M 1A ----- (3)</p> <p>1A 1M 1A ----- (3)</p>	<p>給將 a 放在一邊 或等價 給利用 (a) 的結果 或等價</p>

解	分	備註
7. (a) a $= 18.1 - 6.8$ $= 11.3$ b $= 12.1 + 3.2$ $= 15.3$ (b) 留意在訓練後，該些學生完成 100 m 賽跑的最長所需時間為 15.2 s，並較訓練前所需時間的分佈的上四分位數少。因此，同意該宣稱。	 1A 1A 1M 1A -----(4)	 必須顯示理由
8. (a) $\triangle AED \sim \triangle BEC$	1A	
$\triangle AEB \sim \triangle DEC$	1A	
$\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE}$ $\frac{AE}{8} = \frac{15}{20}$ $AE = 6 \text{ cm}$ (b) $AE^2 + BE^2$ $= 6^2 + 8^2$ $= 10^2$ $= AB^2$ 因此，AC 與 BD 互相垂直。	 1M 1A 1M 1A -----(5)	 u-1 給漏寫單位 必須顯示理由
9. (a) 設 $x \text{ cm}$ 為 AD 的長度。 $\frac{(6+x)(12)}{2}(10) = 1020$ $x = 11$ 因此， AD 的長度為 11 cm。	 1M 1A	 pp-1 給未定義符號 u-1 給漏寫單位
(b) CD $= \sqrt{12^2 + (11-6)^2}$ $= 13 \text{ cm}$ 角柱體 $ABCDEFGH$ 的總表面面積 $= (12+11+13+6)(10) + \frac{(6+11)(12)}{2}(2)$ $= 624 \text{ cm}^2$	 1M 1A -----(5)	 u-1 給漏寫單位

解	分	備註
<p>10. (a) 平均值 = 18</p> <p>中位數 = 16</p> <p>(b) (i) 平均值 = 18</p> <p>(ii) 設 a 及 b 為另外兩份問卷記錄得的時數。 留意 $\frac{a+b+19+20}{4} = 18$。 所以，可得 $a+b=33$。 若該兩中位數相同，則可得 $a \leq 16$ 及 $b \leq 16$。 由此，可得 $a+b \leq 32$。 由於 $a+b=33$，所以這是不可能。 因此，該兩中位數相同是沒有可能。</p>	<p>1A</p> <p>1A</p> <p>----- (2)</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>必須顯示理由</p>
<p>設 a 及 b 為另外兩份問卷記錄得的時數。 留意 $\frac{a+b+19+20}{4} = 18$。 所以，可得 $b=33-a$。 若該兩中位數相同，則可得 $a \leq 16$ 及 $b \leq 16$。 由此，可得 $a \leq 16$ 及 $33-a \leq 16$。 故此，可得 $a \leq 16$ 及 $a \geq 17$。 由於 $17 > 16$，所以這是不可能。 因此，該兩中位數相同是沒有可能。</p>	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>必須顯示理由</p>
	<p>----- (4)</p>	
<p>11. (a) 設 $C=r+sA$，其中 a 及 b 均為非零的常數。 故此，可得 $r+2s=62$ 及 $r+6s=74$。 求解後，可得 $r=56$ 及 $s=3$。</p> <p>所求的成本 = $56+3(13)$ = \$95</p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>----- (4)</p>	<p>給任何一項代換 給兩項正確</p> <p>u-1 給漏寫單位</p>
<p>(b) 由於該較大的罐的體積為 (a) 所描述的罐的 8 倍，所以該較大的罐的表面面積為 (a) 所描述的罐的 4 倍。</p> <p>該較大的罐的表面面積 = $(13)(4)$ = 52 m^2</p> <p>所求的成本 = $56+3(52)$ = \$212</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (2)</p>	<p>u-1 給漏寫單位</p>

解	分	備註
12. (a) 所求的體積 $= \frac{1}{3}\pi(48)^2(96)$ $= 73\,728\pi \text{ cm}^3$	1M 1A -----(2)	u-1 給漏寫單位
(b) (i) 所求的體積 $= \frac{2}{3}\pi(60)^3$ $= 144\,000\pi \text{ cm}^3$	1M 1A	u-1 給漏寫單位
(ii) 設 h cm 為在牛奶表面下的平截頭體的高度 及 r cm 為在牛奶表面上的圓錐體的底半徑。 $\frac{h}{96} = \frac{48-r}{48}$ $h = \sqrt{60^2 - 48^2}$ $= 36$ $\frac{r}{48} = \frac{96-36}{96}$ $r = 30$ <p>剩下在該容器內的牛奶的體積</p> $= 144\,000\pi - \left(73\,728\pi - \frac{1}{3}\pi(30)^2(96-36) \right)$ $= 88\,272\pi \text{ cm}^3$ $\approx 0.2773146667 \text{ m}^3$ $< 0.3 \text{ m}^3$ <p>因此，不同意該宣稱。</p>	1M 1M 1A	 必須顯示理由
<p>在牛奶表面下的平截頭體的高度</p> $= \sqrt{60^2 - 48^2}$ $= 36 \text{ cm}$ <p>剩下在該容器內的牛奶的體積</p> $= 144\,000\pi - \left(73\,728\pi \left(1 - \left(\frac{96-36}{96} \right)^3 \right) \right)$ $= 88\,272\pi \text{ cm}^3$ $\approx 0.2773146667 \text{ m}^3$ $< 0.3 \text{ m}^3$ <p>因此，不同意該宣稱。</p>	1M 1M 1A	 必須顯示理由
	-----(5)	

解	分	備註
13. (a) $k(2)^3 - 21(2)^2 + 24(2) - 4 = 0$ $8k = 40$ $k = 5$	1M 1A -----(2)	
(b) (i) 長方形 $OPQR$ 的面積 $= m(15m^2 - 63m + 72)$ $= 15m^3 - 63m^2 + 72m$	1A	
(ii) 留意長方形 $OPQR$ 的面積為 12。 $15m^3 - 63m^2 + 72m = 12$ $5m^3 - 21m^2 + 24m - 4 = 0$ $(m-2)(5m^2 - 11m + 2) = 0$ $(m-2)^2(5m-1) = 0$ $m = 2$ 或 $m = \frac{1}{5}$	1M 1M+1A 1A	1M 給 $(m-2)(am^2 + bm + c)$
故此， Q 只有兩個不同的位置使得長方形 $OPQR$ 的面積為 12。 因此， Q 沒有三個不同的位置使得長方形 $OPQR$ 的面積為 12。	1A -----(5)	必須顯示理由
14. (a) (i) Γ 平行於 L 。	1A	
(ii) 留意 Γ 的 y 截距為 -2 。 L 的斜率	1A	
$= \frac{-1-0}{0-3}$	1M	
$= \frac{1}{3}$	1A	
Γ 的方程為		
$y + 2 = \frac{1}{3}(x - 0)$		
$x - 3y - 6 = 0$	1A -----(5)	或等價
(b) (i) 留意 Q 的坐標為 $(6, 0)$ 。 由於 $6 - 3(0) - 6 = 0$ ，所以 Γ 通過 Q 。	1A 1A	必須顯示理由
(ii) 留意 QH 及 QK 均為該圓的半徑。 再留意 ΔAQH 及 ΔBQK 的高均為 L 與 Γ 間之距離。 所以， ΔAQH 的面積等於 ΔBQK 的面積。 因此，所求之比為 $1:1$ 。	1M 1A -----(4)	任何一項----- -----

解	分	備註
15. (a) 標準差 $= 10(1 + 20\%)$ $= 12$ 分	1A	
(b) 設 x 為測驗得分及 m 為得分調整前，測驗得分的平均值。 得分調整前的標準分 $= \frac{x - m}{10}$ 得分調整後的標準分 $= \frac{(x(1 + 20\%) + 5) - (m(1 + 20\%) + 5)}{12}$ $= \frac{1.2(x - m)}{12}$ $= \frac{x - m}{10}$	1M	
因此，每名學生的標準分沒有因得分調整而改變。	1A	必須顯示理由
16. (a) 所求的概率 $= \frac{(C_4^8)(C_1^2)^4}{C_4^{16}}$ $= \frac{8}{13}$	1M 1A	給分子或分母 接受答案準確至 0.615
所求的概率 $= \left(\frac{16}{16}\right)\left(\frac{14}{15}\right)\left(\frac{12}{14}\right)\left(\frac{10}{13}\right)$ $= \frac{8}{13}$	1M 1A	給分子或分母 接受答案準確至 0.615
(b) 所求的概率 $= 1 - \frac{8}{13}$ $= \frac{5}{13}$	1M 1A	給 1-(a) 接受答案準確至 0.385
所求的概率 $= \frac{C_2^8}{C_4^{16}} + \frac{(C_1^8)(C_2^2)(C_2^7)(C_1^2)^2}{C_4^{16}}$ $= \frac{5}{13}$	1M 1A	給考慮 2 個情況 接受答案準確至 0.385
所求的概率 $= \frac{C_2^8}{C_4^{16}} + \frac{(C_2^8)(C_1^2)^2(C_1^6)(C_2^2)}{C_4^{16}}$ $= \frac{5}{13}$	1M 1A	給考慮 2 個情況 接受答案準確至 0.385
	----- (2)	

解	分	備註
<p>17. (a) 留意 C 的半徑為 10。 因此，C 的方程為 $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 10^2$。</p> <p>(b) L 的方程為 $y = -x + k$。 把 $y = -x + k$ 代入 $x^2 + y^2 - 12x - 20y + 36 = 0$， 可得 $x^2 + (-x+k)^2 - 12x - 20(-x+k) + 36 = 0$。 故此，可得 $2x^2 + (8-2k)x + (k^2 - 20k + 36) = 0$。 AB 的中點的 x 坐標 $\frac{-(8-2k)}{2}$ $= \frac{k-4}{2}$ AB 的中點的 y 坐標 $= \frac{-(k-4)}{2} + k$ $= \frac{k+4}{2}$ 因此，所求的坐標為 $\left(\frac{k-4}{2}, \frac{k+4}{2}\right)$。</p>	<p>1M 1A ----- (2) 1M 1M 1M 1A 1A</p>	<p>可以被包含 $x^2 + y^2 - 12x - 20y + 36 = 0$ 給兩根之和</p>
<p>L 的方程為 $y = -x + k$。 留意通過 C 的圓心且垂直於 L 的直線的方程為 $y - 10 = 1(x - 6)$。 解線性方程組 $\begin{cases} y = -x + k \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$， 可得 $\begin{cases} x = \frac{k-4}{2} \\ y = \frac{k+4}{2} \end{cases}$。 因此，所求的坐標為 $\left(\frac{k-4}{2}, \frac{k+4}{2}\right)$。</p>	<p>1M 1M 1M 1A+1A</p>	<p>給求解</p>

解	分	備註
<p>L 的方程為 $y = -x + k$。</p> <p>把 $y = -x + k$ 代入 $x^2 + y^2 - 12x - 20y + 36 = 0$，</p> <p>可得 $x^2 + (-x + k)^2 - 12x - 20(-x + k) + 36 = 0$。</p> <p>故此，可得 $2x^2 + (8 - 2k)x + (k^2 - 20k + 36) = 0$。</p> <p>留意 $\sqrt{(8 - 2k)^2 - 4(2)(k^2 - 20k + 36)} = 2\sqrt{-k^2 + 32k - 56}$。</p> <p>故此，$AB$ 的端點的 x 坐標為</p> $\frac{k - 4 + \sqrt{-k^2 + 32k - 56}}{2} \quad \text{及} \quad \frac{k - 4 - \sqrt{-k^2 + 32k - 56}}{2}。$ <p>AB 的中點的 x 坐標</p> $\frac{\frac{k - 4 + \sqrt{-k^2 + 32k - 56}}{2} + \frac{k - 4 - \sqrt{-k^2 + 32k - 56}}{2}}{2}$ $= \frac{k - 4}{2}$ <p>AB 的中點的 y 坐標</p> $= \frac{-(k - 4)}{2} + k$ $= \frac{k + 4}{2}$ <p>因此，所求的坐標為 $\left(\frac{k - 4}{2}, \frac{k + 4}{2}\right)$。</p>	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p>	<p>給求解</p>
	<p>(5)</p>	

解	分	備註
<p>18. (a) 藉正弦公式，可得</p> $\frac{AP}{\sin \angle PBA} = \frac{AB}{\sin \angle APB}$ $\frac{AP}{\sin 60^\circ} = \frac{20}{\sin(180^\circ - 60^\circ - 72^\circ)}$ $AP \approx 23.30704256 \text{ cm}$ $AP \approx 23.3 \text{ cm}$ <p>因此，AP 的長度為 23.3 cm。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p>	<p>接受答案準確至 23.3 cm</p>
----- (2)		
<p>(b) (i) 設 S 為由 P 至 AD 的垂足。</p> $PS = AP \sin \angle PAD$ $\approx 23.30704256 \sin 72^\circ$ $\approx 22.1663147 \text{ cm}$ $AS = AP \cos \angle PAD$ $\approx 23.30704256 \cos 72^\circ$ $\approx 7.202272239 \text{ cm}$ <p>藉正弦公式，可得</p> $\frac{PB}{\sin \angle PAB} = \frac{AB}{\sin \angle APB}$ $\frac{PB}{\sin 72^\circ} = \frac{20}{\sin(180^\circ - 60^\circ - 72^\circ)}$ $PB \approx 25.59545552 \text{ cm}$ <p>設 T 為由 P 至 BC 的垂足。</p> $PT^2 = PB^2 - AS^2$ $PT^2 \approx (25.59545552)^2 - (7.202272239)^2$ $PT \approx 24.56124219 \text{ cm}$ <p>留意 $\alpha = \angle PTS$。</p> <p>藉餘弦公式，可得</p> $\cos \alpha = \frac{PT^2 + ST^2 - PS^2}{2(PT)(ST)}$ $\cos \alpha \approx \frac{(24.56124219)^2 + (20)^2 - (22.1663147)^2}{2(24.56124219)(20)}$ $\alpha \approx 58.59703733^\circ$ $\alpha \approx 58.6^\circ$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>任何一項</p> <p>接受答案準確至 58.6°</p>
<p>(ii) 設 X 為 P 在底 $ABCD$ 的投影，則可得 $\beta = \angle PBX$。</p> <p>留意 $PB > PT$。</p> $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{PX}{PT} > \frac{PX}{PB} = \sin \angle PBX = \sin \beta$ <p>由於 α 及 β 均為銳角，所以 α 大於 β。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p>	<p>必須顯示理由</p>
----- (6)		

解	分	備註
19. (a) (i) 留意 $\begin{cases} ab^2 = 254\,100 \\ ab^4 = 307\,461 \end{cases}$ 。	1M	
故此，可得 $b^2 = \frac{307\,461}{254\,100}$ 。		
求解後，可得 $b = 1.1$ 及 $a = 210\,000$ 。	1A+1A	
所求的重量 $= (210\,000)(1.1^{2 \times 4})$ $= 450\,153.6501$ 公噸	1A	接受答案準確至 450 000 公噸
(ii) 貨物的總重量 $= ab^2 + ab^4 + \dots + ab^{2n}$ $= \frac{ab^2(b^{2n} - 1)}{b^2 - 1}$	1M	
$= \frac{(210\,000)(1.1)^2((1.1)^{2n} - 1)}{1.1^2 - 1}$ $= 1\,210\,000((1.1)^{2n} - 1)$ 公噸	1A	
	----- (6)	
(b) (i) 留意 $A(4) = 450\,153.65 > 420\,000 = 2a$ 。		
再留意對任意正整數 m ， $(1.1)^{2m} > (1.1)^m$ 。		
$A(m+4)$ $= (1.1)^{2m} A(4)$ $> (1.1)^{2m} (2a)$ $> (1.1)^m (2a)$ $= B(m)$	1M	給考慮 $A(m+4)$
因此，同意該宣稱。	1A	必須顯示理由
(ii) 設 n 為自 X 開始運作起計所經過的年數。 Y 所處理的貨物的總重量 $= 2ab + 2ab^2 + \dots + 2ab^{n-4}$ $= \left(\frac{2ab(b^{n-4} - 1)}{b - 1} \right)$ 公噸，其中 $n > 4$		
$1\,210\,000((1.1)^{2n} - 1) + \frac{420\,000(1.1)((1.1)^{n-4} - 1)}{1.1 - 1} > 20\,000\,000$ $121(1.1^{2n}) + 462(1.1^{n-4}) - 2\,583 > 0$ $121(1.1^4)(1.1^n)^2 + 462(1.1^n) - 2\,583(1.1^4) > 0$ $1.1^n > 3.496831134$ 或 $1.1^n < -6.10470069$ (捨去) $n \log 1.1 > \log 3.496831134$ $n > 13.13455888$ 留意 n 為一整數。 因此，自 X 開始運作起計的第 14 年應安裝新設施。	1M+1A	
	1M	
	1M	
	1A	
	----- (7)	

試卷二

題號	答案	題號	答案
1.	C (94)	26.	A (56)
2.	D (74)	27.	A (50)
3.	C (59)	28.	B (59)
4.	B (75)	29.	B (71)
5.	B (78)	30.	D (47)
6.	D (53)	31.	B (55)
7.	C (59)	32.	C (43)
8.	D (84)	33.	A (64)
9.	A (75)	34.	C (49)
10.	D (63)	35.	A (55)
11.	C (79)	36.	D (37)
12.	B (74)	37.	A (43)
13.	D (79)	38.	C (63)
14.	B (49)	39.	D (53)
15.	A (89)	40.	D (30)
16.	B (82)	41.	C (47)
17.	B (43)	42.	B (36)
18.	A (70)	43.	B (52)
19.	C (51)	44.	D (56)
20.	C (71)	45.	A (36)
21.	D (45)		
22.	A (43)		
23.	D (42)		
24.	A (72)		
25.	C (40)		

註：括號內數字為答對百分率。