

20005 年 香 港 中 學 會 考

## 數學 試卷一

## 試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時完卷（上午八時三十分至上午十時三十分）

1．在本封面的適虽位置填寫考生編號，試場編號及座位編號。

2．本試卷分三部，即甲部（1），甲部（2）和乙部。每部各佔 33 分。

3．甲部（1）及甲部（2）各題均須作答，乙部選答三題，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。 如有需要，可要求派發補充答題紙，每張紙均須寫上考生編號，並用繩縛於簿內。

4．在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。

5．除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6．除特別指明外，數値答案須用真確値，或準確至三位有效數字的近似値表示。

7．本試卷的附圖不一定依比例繪成。

| 考生編號 |  |  |  |  |  |  |  |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| 試場編號 |  |  |  |  |  |  |  |
| 座位編號 |  |  |  |  |  |  |  |


|  | 由閱卷員填窵 | 由試卷主席填藛 |
| :---: | :---: | :---: |
|  | 閱卷員編號 | 試卷主席編號 |
| 甲部試題編號 | 積分 | 積分 |
| 1－3 |  |  |
| 4－5 |  |  |
| 6－7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |
| 10 |  |  |
| 11 |  |  |
| 12 |  |  |
| 13 |  |  |
| 甲部總分 |  |  |

## 核分员專用 甲部總分

| 乙部試題編號 <br> （由寿生填舀） | 積分 | 積分 |
| :--- | :--- | :--- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 乙部總分 |  |  |

## 核分皇專用

乙部總分

```
核分員編號
```

| 球 | 體 | 表 | 面 | 積 |  | $4 \pi r^{2}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  |  | 體 |  | 積 |  | $\frac{4}{3} \pi r^{3}$ |
| 圓 | 柱 | 側 | 面 | 積 |  | $2 \pi r h$ |
|  |  | 體 |  | 積 |  | $\pi r^{2} h$ |
| 圆 | 錐 | 側 | 面 | 積 |  | $\pi r l$ |
|  |  | 體 |  | 積 |  | $\frac{1}{3} \pi r^{2} h$ |
| 角 | 柱 | 體 |  | 積 |  | 底面積 $\times$ 高 |
| 角 | 錐 | 體 |  | 積 |  | $\frac{1}{3} \times$ 底面積 |

甲部（1）（33 分）
本部各題均須作答，答案須窘在預留的空位內。

1．令 $a$ 成爲公式 $P=a b+2 b c+3 a c$ 的主項。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

2．化簡 $\frac{\left(x^{3} y\right)^{2}}{y^{5}}$ ，並以正指數表示答案。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

3．因式分解
（a） $4 x^{2}-4 x y+y^{2}$ ，
（b） $4 x^{2}-4 x y+y^{2}-2 x+y$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

4．解不等式 $\frac{-3 x+1}{4}>x-5$ ，
並寫出所有能同時滿足不等式 $\frac{-3 x+1}{4}>x-5$ 及不等式 $2 x+1 \geq 0$ 的整數。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

5．小美擁有玻璃珠子的數目與佩怡擁有玻璃珠子的數目之比爲 $5: 2$ 。 小美擁有 $n$ 顆玻璃珠子。 若小美將她其中的 18 顆玻璃珠子送給們怡，她們將擁有相同數目的玻璃珠子。求 $n$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

6．某計算機的成本爲 $\$ 160$ 。 若該計算機以其標價出售，則盈利百分率爲 $25 \%$ 。
（a）求該計算機的標價。
（b）若該計算機以其標價九折出售，求盈利百分率或虧蝕百分率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

7．某等差數列的第 1 項及第 2 項分別爲 5 及 8 。若該數列首 $n$ 項之和爲 3925 ；求 $n$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

8．圖1中，$A B C D E F$ 爲一正六邊形。 $A C$ 與 $B F$ 交於 $G$ 。求 $x$ ，$y$ 及 $z$ 。


圖 1
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

9．圖 2 中，$O A B C$ 爲一扇形且 $\overparen{A B C}=10 \pi \mathrm{~cm}$ 。


圖 2
（a）求 $O A$ 。
（b）求弓形 $A B C$ 的面積。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

甲部（2）（33 分）

## 本部各展均㥧作答，答案須高在預留的空位内。

10．已知 $\mathrm{f}(x)$ 爲兩部分之和，一部分隨 $x^{3}$ 正變，另一部分則隨 $x$ 正變。 假定 $\mathrm{f}(2)=-6$及 $f(3)=6$ 。
（a）求 $\mathrm{f}(x)$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（b）設 $\mathrm{g}(x)=\mathrm{f}(x)-6$ 。
（i）證明 $x-3$ 爲 $g(x)$ 的因式。
（ii）因式分解 $\mathrm{g}(x)$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
11.


圖 3

七名球手參加一項男子網球單打淘汰賽。 他們被隨機編排在位置1，2，3，4，5， 6 及 7 上。已知偉健及嘉豪分別在位置 2 及位置 7 上。 如圖 3 所示，每場比賽的勝方可進入下一輪比賽，負方則被淘汰。嘉豪直接進入準決賽。 在每場比賽中，每位球手均有同等機會撃敗對手。
（a）寫出偉健進入準決賽的概率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（b）求偉健成爲冠軍的概率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（c）求偉健未能進入決賽的概率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（d）求偉健與嘉豪在決賽中互相對壘的概率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

12．圖 4 顯示的固體是由一直立圓錐體及一牛球體所組成，兩部分的底相同。 該圓錐體的高及底半徑分別爲 $h \mathrm{~cm}$ 及 $(h-4) \mathrm{cm}$ 。已知該圓錐體的體積與該车球體的體積相等。


圖 4
（a）求 $h$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（b）求該固體的總表面面積，答案須準確至最接近的 $\mathrm{cm}^{2}$ 。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$ $\cdots+$
$\qquad$ （
（c）若該固體被切成兩個完全相同的部分，求所增加的總表面面積，答案須準確至最接近的 $\mathrm{cm}^{2}$ 。
$\qquad$ $\xrightarrow{2}$
$\qquad$ $\square$
$\qquad$ $\cdots$ $\square$
$\qquad$
$\qquad$ $\xrightarrow[-(-3)]{ }$

13．蒚 5 中，直線 $L_{1}: 2 x-y+4=0$ 與 $x$ 軸及 $y$ 軸分別交於 $A$ 及 $B$ 。直線 $L_{2}$ 通渘 $B$並垂直於 $L_{1}$ ，且與 $x$ 軸交於 $C$ 。由原點 $O$ 作一直線垂直於 $L_{2}$ 且與 $L_{2}$ 交於 D。

（a）寫出 $A$ 及 $B$ 的坐標。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（b）求 $L_{2}$ 的方程。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
（c）求 $\triangle O D C$ 的面積與四邊形 $O A B D$ 的面積之比。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$ －－a－3
$\qquad$ $\cdots$ －a
$\qquad$ $\cdots$ Con
$\qquad$ $\cdots$ Corex
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

## 乙部（33 分） <br> 本部選答三題，每题 11 分，答案須䳆在預留的空位內。

14. 



圖 6

圖6中，$A B C$ 爲一懸掛着的三角形薄板，其頂點 $C$ 位於水平地面上。 $D$ 及 $E$ 爲地面上的點，且分別鉛垂於 $A$ 及 $B$ 之下。 $B C$ 與水平傾斜 $30^{\circ}$ 。已知 $A D=100 \mathrm{~cm}$ ， $B C=120 \mathrm{~cm}$ ，$\angle C A B=60^{\circ}$ 及 $\angle A B C=80^{\circ}$ 。
（a）求 $B E$ 度 $C E$ 。
（b）求 $A B$ 及 $A C$ 。
（c）求 $\angle C D E$ 及由 $C$ 到 $D E$ 的最短距離。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

15．某班有 20 名學生，他們在一次音樂測驗的得分（單位爲分）如下：

| 84 | 86 | 90 | 93 | 100 |
| ---: | ---: | ---: | ---: | ---: |
| 103 | 120 | 120 | 120 | 121 |
| 122 | 134 | 134 | 136 | 137 |
| 144 | 146 | 146 | 146 | 158 |

（a）求以上得分的平均値，平均偏差及標準差。
（b）小麗爲該班的一名學生，且她在該音樂測驗的標準分爲 1 。在該音樂測驗中，小麗是否該班得分最高的 $20 \%$ 學生之一？試解釋你的答案。
（c）（i）若該班有一名學生退學，求餘下 19 名學生在該音樂測驗的得分的巫均値爲 122 分的概率。
（ii）若該班有兩名學生退學，求餘下 18 名學生在該音樂測驗的得分的平均値爲 122 分的概率。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

16．文俊向某銀行借 $\$ 200000$ 的貸款，年利率爲 $6 \%$ ，複利計算，每月一結。 在提取誜筆貸款當天起計之後的每個月計算利息，並隨即每月還款 $\$ x$ 給該銀行，直至該筆貸款完全清還（最後一次還款可少於 $\$ x$ ），其中 $x<200000$ 。
（a）（i）求第1個月的貸款利息。
（ii）以 $x$ 表文俊在第 1 次還款後尚欠該銀行的金額。
（iii）證明若文俊在第 $n$ 次還款後晌未完全清還該筆貸款，則他向欠該銀行 $\$\left\{200000(1.005)^{n}-200 x\left[(1.005)^{n}-1\right]\right\}$ 。
（b）假定文俊每月還款 $\$ 1800$（最後一次還款可少於 $\$ 1800$ ）。
（i）求文俊可完全清還該筆貸款所需的月數。
（ii）文俊欲以較低的每月還款額去完全清還該筆貸款。 他要求每月還款 $\$ 900$ ，但遭該銀行拒絕。 爲甚贸？
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$ ＂
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
17.


圖7（a）


圖 7（b）
（a）圖 7（a）中，$M N$ 爲圓 $M O N R$ 的一直徑。 弦 $R O$ 垂直於直線 $P O Q$ 。 $R N Q$ 及 $R M P$均爲直線。
（i）藉考慮三角形 $O Q R$ 及三角形 $O R P$ ，證明 $O R^{2}=O P \cdot O Q$ 。
（ii）證明 $\triangle M O N \sim \triangle P O R$ 。
（b）在圖7（a）中引入以 $O$ 爲原點的直角坐標系，使得 $R$ 在正 $y$ 軸上，且 $P$ 及 $Q$的坐標分別爲 $(4,0)$ 及 $(-9,0)$（見圖 $7(b)$ ）。
（i）求 $R$ 的坐標。
（ii）若圓 $M O N R$ 的圚心位於第二象限及 $O N=\frac{3 \sqrt{13}}{2}$ ，求圓 $M O N R$ 的半徑及圓心的坐標。
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
Coran
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$
$\qquad$

