

數學 試卷一

試題答題簿

本試卷必須用中文作答

兩小時完卷(上午八時三十分至上午十時三十分)

1. 在本封面的適當位置填寫考生編號、試場編號及座位編號。
2. 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。每部各佔33分。
3. 甲部(1)及甲部(2)**各題均須作答**，乙部**選答三題**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。如有需要，可要求派發補充答題紙，每張紙均須寫上考生編號，並用繩縛於簿內。
4. 在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

| | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|
| 考生編號 | | | | | | | |
| 試場編號 | | | | | | | |
| 座位編號 | | | | | | | |

| | 由閱卷員填寫 | 由試卷主席填寫 |
|--------|--------|---------|
| | 閱卷員編號 | 試卷主席編號 |
| 甲部試題編號 | 積分 | 積分 |
| 1-3 | | |
| 4-5 | | |
| 6-7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 甲部總分 | | |

| | | | |
|--------------|------|--|--|
| 核分員專用 | 甲部總分 | | |
|--------------|------|--|--|

| 乙部試題編號 (由考生填寫) | 積分 | 積分 |
|-------------------|----|----|
| | | |
| | | |
| | | |
| 乙部總分 | | |

| | | | |
|--------------|------|--|--|
| 核分員專用 | 乙部總分 | | |
|--------------|------|--|--|

| | |
|--------------|--|
| 核分員編號 | |
|--------------|--|

參考公式

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|------------------------------|
| 球 | 體 | 表 | 面 | 積 | = | $4\pi r^2$ |
| | | 體 | 積 | | = | $\frac{4}{3}\pi r^3$ |
| 圓 | 柱 | 側 | 面 | 積 | = | $2\pi rh$ |
| | | 體 | 積 | | = | $\pi r^2 h$ |
| 圓 | 錐 | 側 | 面 | 積 | = | πrl |
| | | 體 | 積 | | = | $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ |
| 角 | 柱 | 體 | 積 | | = | 底面積 × 高 |
| 角 | 錐 | 體 | 積 | | = | $\frac{1}{3} \times$ 底面積 × 高 |

甲部(1) (33分)

本部各題均須作答，答案須寫在預留的空位內。

1. 令 m 成為公式 $mx = 2(m+c)$ 的主項。 (3分)

2. 求使不等式 $\frac{3-5x}{4} \geq 2-x$ 及 $x+8 > 0$ 同時成立的 x 值的範圍。 (3分)

3. 因式分解

(a) $x^2 - (y-z)^2$,

(b) $ab - ad - bc + cd$ 。

(3分)

4. 解方程 $4^{x+1} = 8$ 。

(3分)

5. 某手袋的成本為 \$ 400，而標價則比成本高 20%。該手袋以其標價七五折出售。

- (a) 求該手袋的售價。
(b) 求盈利百分率或虧蝕百分率。

(4分)

6. 某觀光遊覽船只有頭等和普通等兩類船票出售。已知共售出 600 張船票，其中售出的普通等船票數目為售出的頭等船票數目之三倍。若一張頭等船票的售價為 \$850，而一張普通等船票的售價為 \$500，求售出船票的總值。(4 分)

7. 考慮等差數列 2, 5, 8, ...。求
- (a) 此數列的第 10 項，
 - (b) 此數列首 10 項之和。
- (4 分)

8. 圖 1 顯示一平行四邊形 $ABCD$ 。對角線 AC 和對角線 BD 交於 E 。

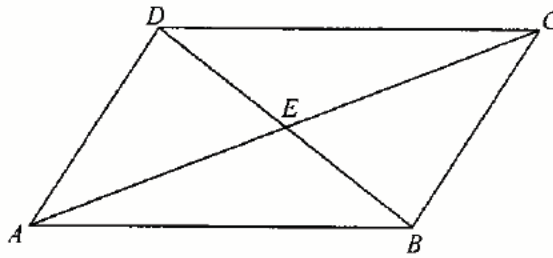


圖 1

- (a) 證明三角形 ABC 和三角形 CDA 全等。
(b) 逐對地寫出所有其他全等三角形。

(4分)

9. 在凌晨 1:00，某船 S 位於燈塔 L 以東 100 km。如圖 2 所示， S 沿 $N30^\circ W$ 方向以 20 km/h 速率移動。

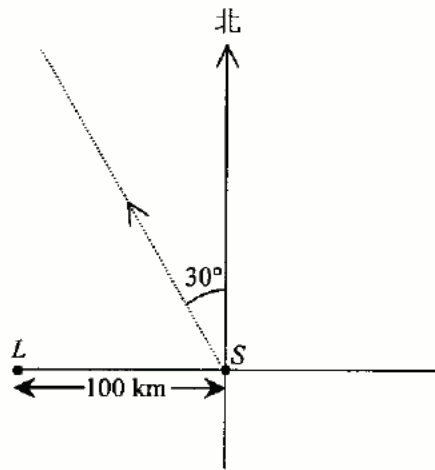


圖 2

- (a) 求該船與該燈塔間的最短距離，答案以最接近的 km 表示。
 (b) 該船在什麼時間會最接近該燈塔？

(5 分)

甲部(2) (33分)

本部各題均須作答，答案須寫在預留的空位內。

10. 某太陽能玩具車的速率為 V cm/s，而其太陽能面板的長為 L cm，其中 $5 \leq L \leq 25$ 。 V 為 L 的函數。已知 V 為兩部分之和，一部分隨 L 正變，另一部分則隨 L 的平方正變。當 $L=10$ 時， $V=30$ ；且當 $L=15$ 時， $V=75$ 。

- (a) 以 L 表 V 。

(3分)

- (b) 當 $V \geq 30$ 時，求 L 的取值範圍。

(4分)

11. (a) 求數據 10, 10, 11, 12, 13, 16 的

- (i) 眾數，
- (ii) 中位數，
- (iii) 平均值，
- (iv) 分佈域。

(4 分)

(b) 現有四個未知數據與 (a) 的六個數據合併成十個數據。

- (i) 求該十個數據的中位數的最小及最大可取值。
- (ii) 若該四個未知數據的平均值為 11，求該十個數據的平均值。

(4 分)

12. 圖 3 中， AP 為三角形 ABC 的高，且與 y 軸交於 H 。

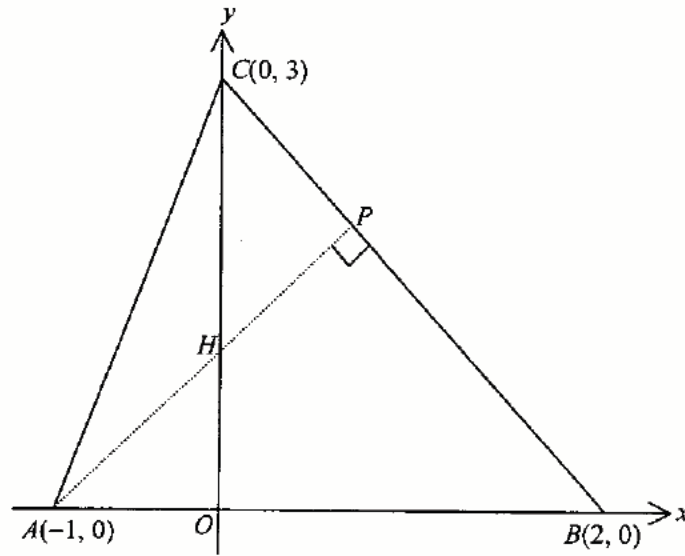


圖 3

- (a) 求 BC 的斜率。 (1 分)

- (b) 求 AP 的方程。 (3 分)

(b)



圖 4(b)

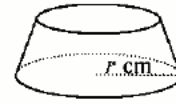
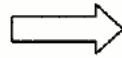


圖 4(c)

圖 4(b) 顯示一塊與 $ABCD$ 相似的金屬薄片 $EFGH$ 。已知 $FG = 18 \text{ cm}$ 。

- (i) 求 $EFGH$ 的面積，答案以 π 表示。
- (ii) 將 EH 及 FG 連接， $EFGH$ 便被屈成一個底半徑為 $r \text{ cm}$ 的空心平截頭圓錐體，如圖 4(c) 所示。求 r 。

(5分)

乙部 (33 分)

選答三題，每題 11 分，答案須寫在預留的空位內。

14.

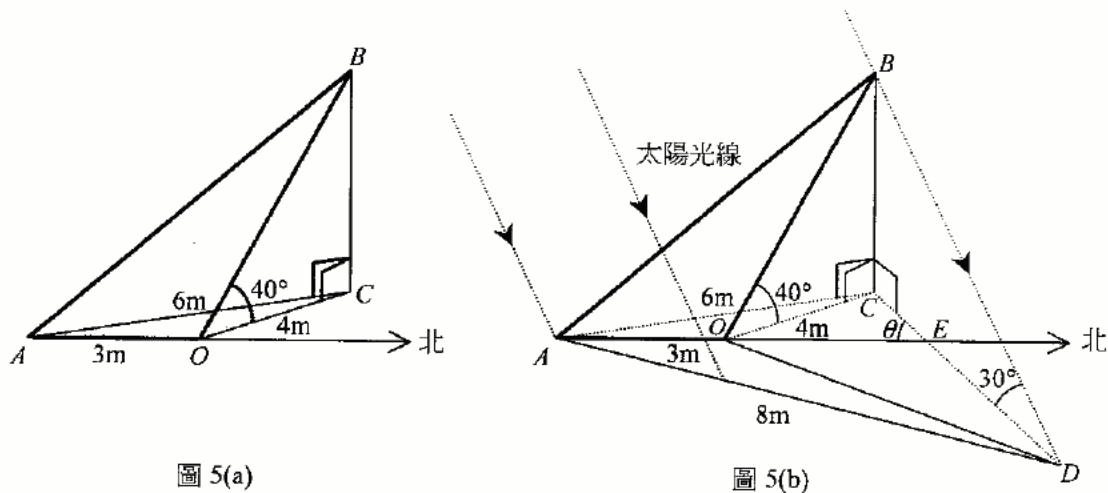


圖 5(a)

圖 5(b)

圖 5(a) 所示的三角形金屬片 OAB 立於水平地面上，其邊 AO 着地沿南北走向， OB 與水平傾斜 40° 。日照當頭時，該金屬片在地面的投影為 OAC 。 $OA = 3\text{ m}$ ， $OC = 4\text{ m}$ 及 $AC = 6\text{ m}$ 。

- (a) 求 $\angle OAC$ 。 (2 分)
- (b) 圖 5(b) 中，當太陽的方位為 $S\theta W$ 而仰角為 30° 時，該金屬片在水平地面的投影為 OAD 。 AO 的延線與 CD 交於 E 。 $AD = 8\text{ m}$ 。
- (i) 求 CD 。
- (ii) 求 $\angle CAD$ 。
- (iii) 利用 $CE + ED = CD$ ，或其他方法，求 θ 。

(9 分)

15.

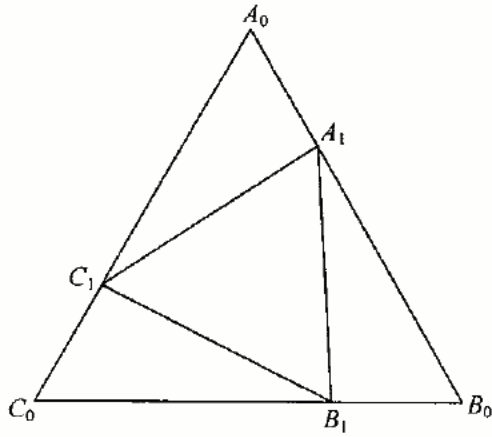


圖 6(a)

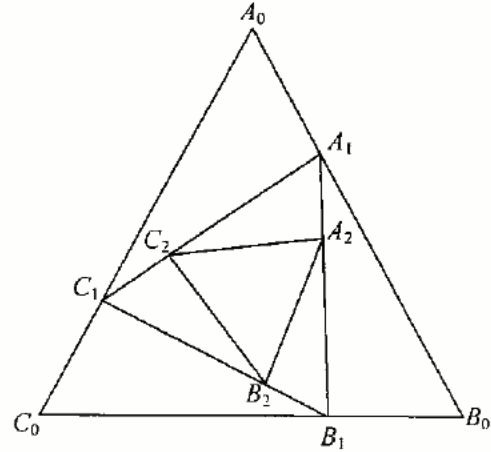


圖 6(b)

圖 6(a) 所示的等邊三角形 $A_0B_0C_0$ 的邊長為 1 m。另一個三角形 $A_1B_1C_1$ 內接於三角形 $A_0B_0C_0$ 使得 $\frac{A_0A_1}{A_0B_0} = \frac{B_0B_1}{B_0C_0} = \frac{C_0C_1}{C_0A_0} = k$ ，其中 $0 < k < 1$ 。設 $A_1B_1 = x$ m。

- (a) (i) 以 k 表三角形 $A_1B_1C_1$ 的面積。
 (ii) 以 k 表 x 。
 (iii) 解釋為什麼 $A_1B_1C_1$ 為一個等邊三角形。

(5 分)

(b) 圖 6(b) 所示為另一個等邊三角形 $A_2B_2C_2$ 內接於三角形 $A_1B_1C_1$ 使得

$$\frac{A_1A_2}{A_1B_1} = \frac{B_1B_2}{B_1C_1} = \frac{C_1C_2}{C_1A_1} = k。$$

- (i) 證明三角形 $A_1B_1C_1$ 與三角形 $A_2B_2C_2$ 相似。
 (ii) 以上內接三角形的步驟不斷重複後得出等邊三角形 $A_3B_3C_3$ 、 $A_4B_4C_4$ 、 $A_5B_5C_5$ 、...。求三角形 $A_1B_1C_1$ 、 $A_2B_2C_2$ 、 $A_3B_3C_3$ 、... 的總面積。

(6 分)

16. 某大學將舉行一項比賽，而偉明為其中一位參加者。若偉明勝出該比賽，他會到 X 餐廳午膳；否則，他會到 Y 餐廳午膳。下表顯示每間餐廳所提供的午膳套餐及其價目。他將從中隨機選擇一款午膳套餐。

| 餐廳 | 午膳套餐 | 價目 (\$) |
|-----|------|---------|
| X | A | 40 |
| | B | 50 |
| Y | C | 15 |
| | D | 20 |

- (a) 若偉明勝出該比賽的概率為 $\frac{1}{10}$ ，求他花費 \$15 於午膳的概率。 (2分)
- (b) 若偉明乘搭上午 8:00 開出的巴士到該大學，則他勝出該比賽的概率為 $\frac{1}{10}$ 。若他沒趕上該巴士，則他將會乘搭上午 8:20 開出的火車。基於緊張的緣故，他勝出該比賽的概率將減至 $\frac{2}{25}$ 。
- (i) 假定他沒趕上該巴士，求他花費 \$15 於午膳的概率。
- (ii) 下表顯示乘搭巴士及火車的單程費用：

| 交通工具 | 單程費用 (\$) |
|------|-----------|
| 巴士 | 4.5 |
| 火車 | 7.5 |

已知偉明乘搭該巴士的概率為他乘搭該火車的兩倍。

- (1) 求偉明於該比賽後花費 \$15 於午膳的概率。
- (2) 若偉明午膳後乘搭火車歸家，求他用於午膳及來回交通工具的總花費多於 \$30 的概率。
- (9分)

17.

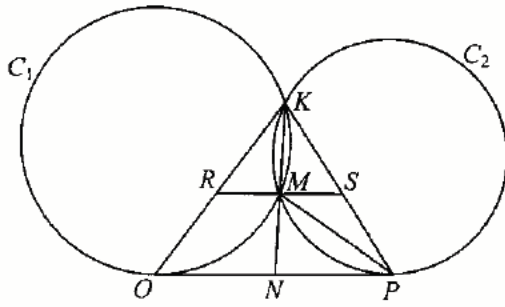


圖 7(a)

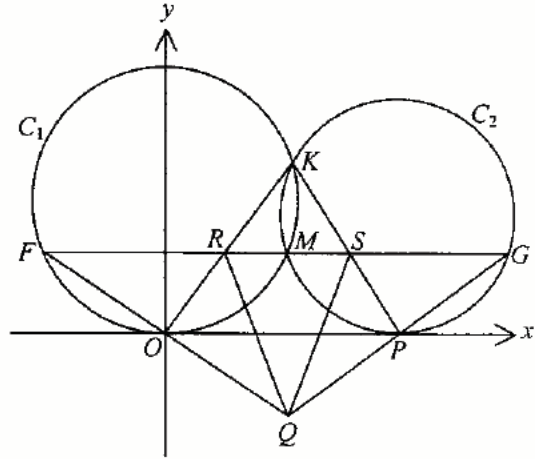


圖 7(b)

- (a) 圖 7(a) 中， OP 為圓 C_1 及圓 C_2 的公切線，其切點分別為 O 及 P 。公弦 KM 的延線與 OP 交於 N 。 R 及 S 分別為 KO 及 KP 上的點使得直線 RMS 與 OP 平行。

- (i) 藉考慮三角形 NPM 及 三角形 NKP ，證明 $NP^2 = NK \cdot NM$ 。
- (ii) 證明 $RM = MS$ 。

(5 分)

- (b) 在圖 7(a) 中引入以 O 為原點的直角坐標系，使得 P 及 M 的坐標分別為 $(p, 0)$ 及 (a, b) (見圖 7(b))。直線 RS 分別與 C_1 及 C_2 再交於 F 及 G ，而直線 FO 與直線 GP 則交於 Q 。

- (i) 以 p 表 FG 。
- (ii) 以 a 和 b 表 F 的坐標及 Q 的坐標。
- (iii) 證明三角形 QRS 等腰。

(6 分)

