2001-CE
數學

卷一

香 港 考 試 局

2 0 0 1 年 香 港 中 學 會 考

數學　試卷一

試題答題簿

本試卷必須用中文作答

兩小時完卷(上午八時三十分至上午十時三十分)

1. 在本封面的適當位置填寫考生編號、試場編號及座位編號。
2. 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。 每部各佔 33 分。
3. 甲部(1)及甲部(2)**各題均須作答**，乙部**選答三題**，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。 如有需要，可要求派發補充答題紙，每張紙均須寫上考生編號，並用繩縛於簿內。
4. 在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

考生編號							
試場編號							
座位編號							

	由閱卷員填寫	**由試卷主席填寫**
	閱卷員編號	試卷主席編號
甲部試題編號	積分	積分
1–2		
3–4		
5–6		
7		
8–9		
10		
11		
12		
13		
甲部總分		

核分員專用	甲部總分		

乙部試題編號 **(由考生填寫)**	積分	積分
乙部總分		

核分員專用	乙部總分		

核分員編號	

本頁積分

參考公式

球	體	表面積	=	$4\pi r^2$
		體　積	=	$\frac{4}{3}\pi r^3$
圓	柱	側面積	=	$2\pi rh$
		體　積	=	$\pi r^2 h$
圓	錐	側面積	=	πrl
		體　積	=	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
角	柱	體　積	=	底面積 × 高
角	錐	體　積	=	$\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高

甲部(1)（33 分）
本部各題均須作答，答案須寫在預留的空位內。

1. 化簡 $\frac{m^3}{(mn)^2}$ ，並以正指數表示答案。 (3 分)

2. 設 $\mathrm{f}(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ 。求 $\mathrm{f}(x)$ 除以 $x-2$ 時的餘數。 (3 分)

本頁積分

3. 求圖 1 中扇形的周界。 (3 分)

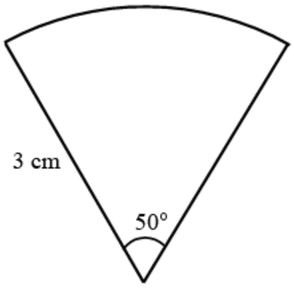


圖 1

4. 解 $x^2+x-6>0$ ，並於圖 2 中表示其解。 (3 分)

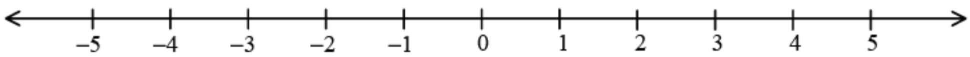


圖 2

本頁積分

5. 圖 3 中， AC 是圓的直徑。 求 $\angle DAC$ 。 (4 分)

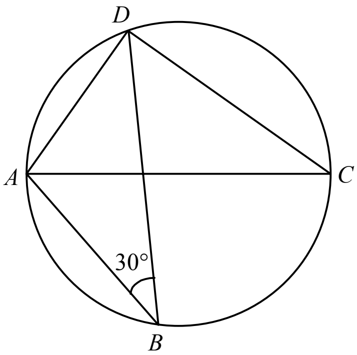


圖 **3**

6. 令 x 成爲公式 $y=\frac{1}{2}(x+3)$ 的主項。 (4 分)

若 y 值增加 1 ， 則 x 值對應地會增加多少？

本頁積分

7. 圖 4 中標記了 A 、 B 兩點。 (4 分)

(a) 寫出 A 及 B 的坐標。

(b) 求連接 A 、 B 的直線的方程。

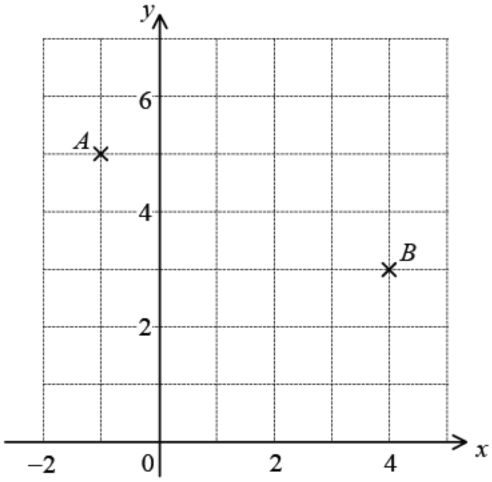


圖 4

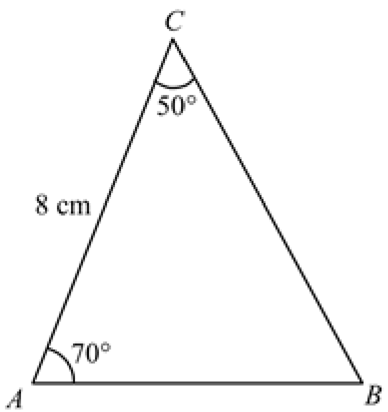
本頁積分

8. 去年某課本的售價爲 \$80 ， 今年它的售價增加了 20% 。 (4 分)

(a) 求新的售價。

(b) <u>培德</u>今年在某書店以八折購買該課本，他要付款多少？

9. 求圖 5 中 AB 及 ΔABC 的面積。 (5 分)



本頁積分

甲部(2)（33 分）
本部各題均須作答，答案須寫在預留的空位內。

10. 圖 6 中的直方圖顯示某班 40 名學生於一次測驗的得分分佈。

40 名學生的得分分佈

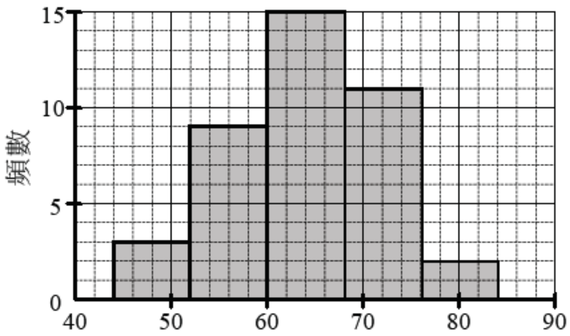


圖 6

表 1　40 名學生得分的頻數分佈表

得分(x)	組中點（組標）	頻數
$44 \le x < 52$		3
$52 \le x < 60$		
	64	15
$68 \le x < 76$		11
	80	

(a) 完成表 1。 (3 分)

(b) 估計這個分佈的平均值及標準差。 (2 分)

(c) 素珊在這次測驗的得分是 76，求她的標準分。 (2 分)

(d) 同一班學生進行第二次測驗，並知道這次測驗得分的平均值及標準差依次為 58 及 10。與她的同學相比，若素珊在這兩次測驗的表現同樣地好，估計她在第二次測驗的得分。 (2 分)

本頁積分

11. 如圖 7 所示，一塊邊長爲 12 cm 的正方形紙張 $ABCD$ 沿線段 PQ 摺疊，使頂點 A 與邊 BC 的中點重疊。設 A 及 D 的新位置依次爲 A' 及 D'，並將 $A'D'$ 及 CD 的交點記作 R。

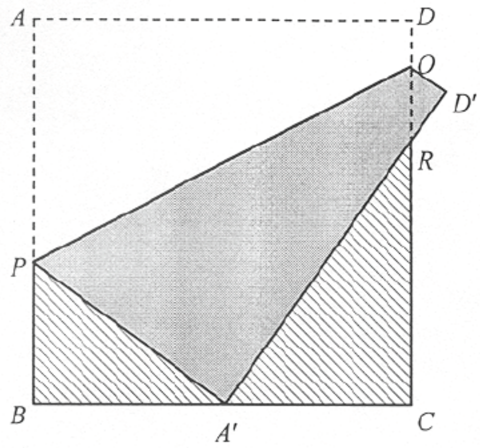


圖 7

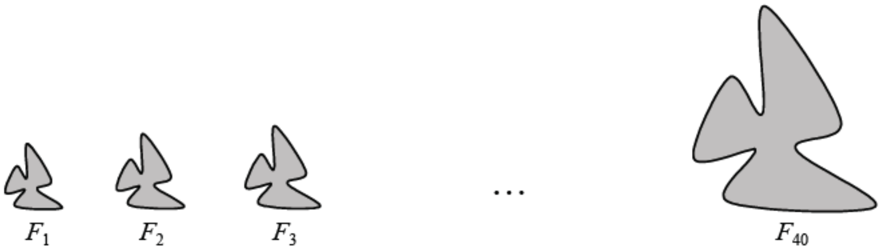
(a) 設 AP 的長度爲 x cm。通過考慮三角形 PBA'，求 x。 (3 分)

(b) 證明三角形 PBA' 及 $A'CR$ 相似。 (3 分)

(c) 求 $A'R$ 的長度。 (2 分)

本頁積分

12. 如下所示， $F_1, F_2, F_3, \cdots, F_{40}$ 為 40 個相似圖形。 F_1 的周界是 10 cm ，而接著的每個圖形的周界均較前一個長 1 cm 。



(a) (i) 求 F_{40} 的周界。

(ii) 求這 40 個圖形的周界的總和。

(4 分)

(b) 已知 F_1 的面積為 $4\ \text{cm}^2$。

(i) 求 F_2 的面積。

(ii) 判斷 $F_1, F_2, F_3, \cdots, F_{40}$ 的面積是否組成一等差數列，並提出論據。

(4 分)

本頁積分

13. S 是兩部分的和，一部分隨 t 正變，另一部分隨 t 的平方正變。 下表顯示 S 和 t 的某幾對數值。

S	0	33	56	69	72	65	48	21
t	0	1	2	3	4	5	6	7

(a) 以 t 表 S。 (3 分)

(b) 求 $S = 40$ 時的 t 值。 (2 分)

(c) 利用表中的數據，於圖 8 中繪畫 S 對 t 在區間 $0 \le t \le 7$ 內的圖像。

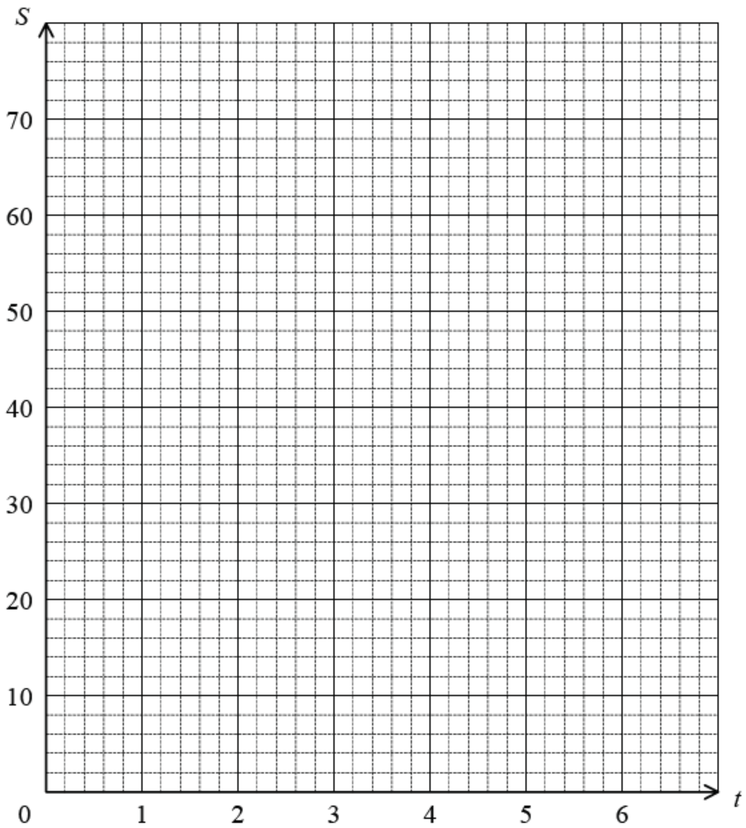


圖 8

從圖像讀出當 S 值爲最大時的 t 值。

(3 分)

本頁積分

乙部（33 分）

選答三題，每題 11 分，答案須寫在預留的空位內。

14. (a) 設 $f(x)=x^5-6x+5$ 。

(i) 完成表 2。

(ii) 已知方程 $f(x)=0$ 僅有一個大於 1 的根，利用 (i) 及分半法求此根，答案須準確至三位小數。

(5 分)

表 2

x	$f(x)$
1	0
1.05	
1.1	
1.15	0.111

(b) 從 1997 至 2000 年，陳先生於每年開始時均將 \$1 000 存入某銀行。銀行以年利率 $r\%$，每年一結計算複利息。2001 年開始時，他所存入銀行的款項共累積得 \$5 000 的本利和。利用 (a) 求 r，答案須準確至一位小數。

(6 分)

本頁積分

15. (a) 於圖 9 中，將代表下列限制條件的解的區域塗上陰影：

$$\begin{cases} 1 \le x \le 9 \text{，} \\ 0 \le y \le 9 \text{，} \\ 5x - 2y > 15 \text{。} \end{cases}$$

(4 分)

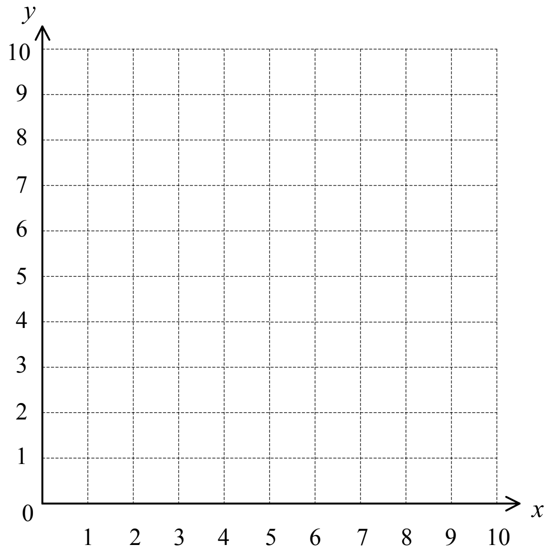


圖 9

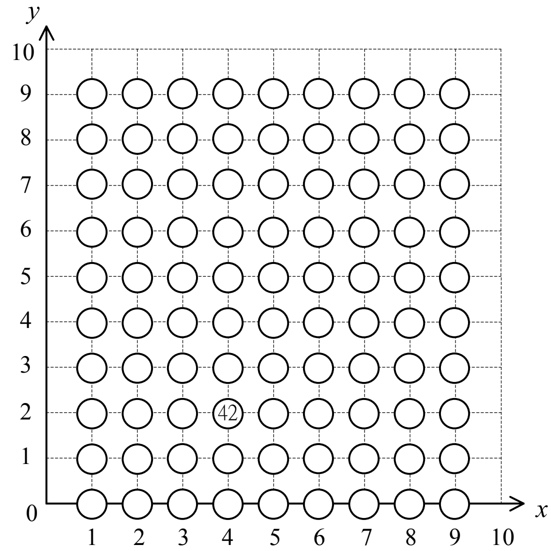


圖 10

(b) 某餐廳有 90 張餐桌。 圖 10 顯示這餐廳的平面圖，每一個圓圈代表一張餐桌。 每張餐桌編上一個由 10 至 99 的兩位數桌號。 在餐廳的平面圖上引入一直角坐標系使 $10x + y$ 號餐桌位於 (x, y)，其中 x 、 y 依次爲桌號的十位數及個位數。 圖中已標示 42 號餐桌作爲示例。

該餐廳劃分爲吸煙與非吸煙兩區。 只有桌號的十位及個位數是滿足 (a) 中限制條件的餐桌才是位於吸煙區。

(i) 於圖 10 中，將所有代表位於吸煙區內餐桌的圓圈塗上陰影。

(ii) 從這 90 張餐桌中， 隨機地先後選取兩張不同桌號的餐桌。 求以下事件的𣁽率：

(I) 第一張選出的餐桌是位於吸煙區內；

(II) 兩張選出的餐桌中， 一張位於吸煙區內， 而另一張則位於非吸煙區內及其桌號是 3 的倍數。

(7 分)

本頁積分

本頁積分

16. 圖 11 所示爲一五邊形紙板 $ABCDE$ 。 它是從等邊三角形紙板 AFG 剪去兩個邊長均爲 x cm 的等邊三角形部分後造成的。 AB 長 6 cm 而 $BCDE$ 的面積爲 $5\sqrt{3}$ cm^2 。

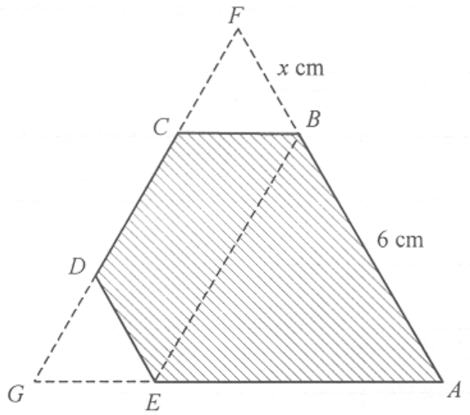


圖 11

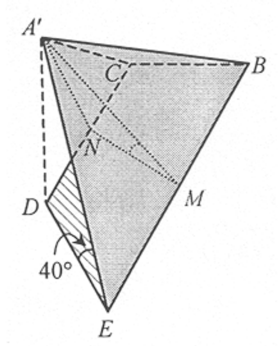


圖 12

(a) 證明 $x^2 - 12x + 20 = 0$ 。

由此求 x 。

(4 分)

(b) 將圖 11 中的三角形部分 ABE 沿直線 BE 摺起直至頂點 A 到達位置 A'（如圖 12 所示），使 $\angle A'ED = 40°$ 。

(i) 求 $A'D$ 的長度。

(ii) 求平面 $BCDE$ 與 $A'BE$ 間的夾角。

(iii) 若 A'、B、C、D、E 是一個以 $BCDE$ 爲底的角錐體的頂點，求這角錐體的體積。

(7 分)

本頁積分

本頁積分

17. (a) 圖 13 中， OP 是圓的直徑，銳角三角形 OPQ 的高 QR 與圓交於 S。設 P、S 的坐標依次為 $(p, 0)$ 及 (a, b)。

(i) 求圓 OPS 的方程。

(ii) 利用 (i) 或其他方法，證明 $OS^2 = OP \cdot OQ \cos \angle POQ$。

(7 分)

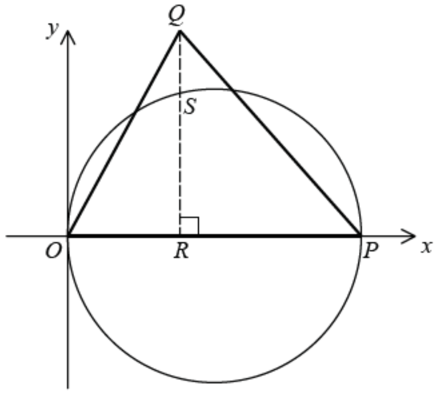


圖 13

(b) 圖 14 中， ABC 是一銳角三角形， AC 及 BC 分別是圓 $AGDC$ 及 $BCEF$ 的直徑。

(i) 證明 BE 是 ΔABC 的高。

(ii) 利用 (a) 或其他方法，比較 CF 和 CG 的長度，並提出論據。

(4 分)

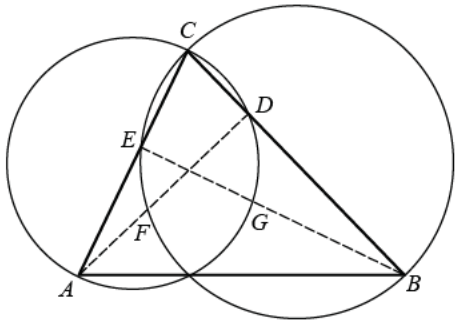


圖 14

本頁積分

本頁積分

– 試卷完 –

2001

Mathematics 1
Section A(1)

1. $\dfrac{m}{n^2}$

2. 5

3. 8.62 cm

4. $x < -3$ or $x > 2$

5. 60°

6. $x = 2y - 3$
   x will be increased by 2 if y is increased by 1 .

7. (a) $(-1, 5)$, $(4, 3)$

   (b) $2x + 5y - 23 = 0$

8. (a) \$96

   (b) \$76.8

9. 7.08 cm , 26.6 cm^2

Section A(2)

10. (a)

Score (x)	Class mid-value (Class mark)	Frequency
$44 \le x < 52$	48	3
$52 \le x < 60$	56	9
$60 \le x < 68$	64	15
$68 \le x < 76$	72	11
$76 \le x < 84$	80	2

(b) Mean = 64
Standard deviation = 8

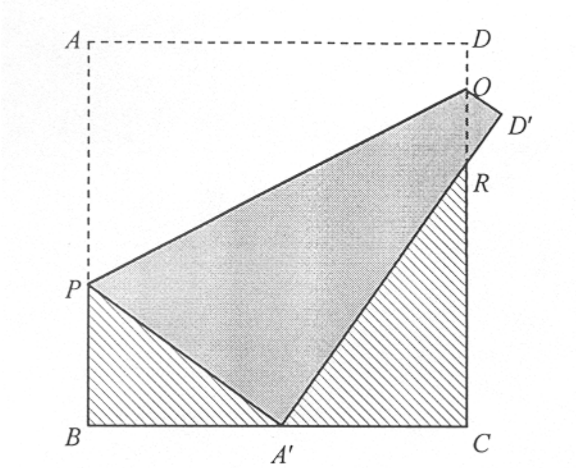
(c) Standard score $= \dfrac{76-64}{8}$
$= 1.5$

(d) Let her score in the second test be y, then

$$\frac{y-58}{10} = 1.5$$

$$y = 73$$

11.



(a) Since $A'P = x$ cm ,

$\therefore \quad (12-x)^2 + 6^2 = x^2$

$144 - 24x + x^2 + 36 = x^2$

$x = 7.5$

(b) In Δs PBA' and $A'CR$,

(i) $\angle PBA' = \angle A'CR = 90°$

Since $\angle A'PB + 90° + \angle BA'P = 180°$ ($\angle$ sum of Δ)

and $\angle RA'C + 90° + \angle BA'P = 180°$ (adj. $\angle$s on st. line)

$\therefore$ (ii) $\angle A'PB = \angle RA'C$

Hence $\Delta PBA' \sim \Delta A'CR$ (AAA)

(c) Let $A'R = y$ cm and use the result of (b),

$$\frac{A'R}{A'C} = \frac{PA'}{PB}$$

$$\frac{y}{6} = \frac{7.5}{12-7.5}$$

$$y = 10$$

i.e. $A'R = 10$ cm

12. (a) (i) Perimeter of F_{40} $= [10+(40-1)\times 1]$ cm
$= 49$ cm

(ii) The sum of the perimeters of the 40 figures
$= [\,40\times\dfrac{10+49}{2}\,]$ cm
$= 1180$ cm

(b) (i) Area of F_2 $= [\,4\times\left(\dfrac{11}{10}\right)^2\,]\ \text{cm}^2$
$= 4.84\ \text{cm}^2$

(ii) Area of F_3 $= 4\times\left(\dfrac{12}{10}\right)^2\ \text{cm}^2 = 5.76\ \text{cm}^2$

$\because$ Area of F_2 $-$ Area of F_1 $\neq$ Area of F_3 $-$ Area of F_2
$(0.84\ \text{cm}^2 \neq 0.92\ \text{cm}^2)$

$\therefore$ the areas of figures $F_1, F_2, \cdots, F_{40}$ do not form an arithmetic sequence.

13. (a) Let $S = at + bt^2$ for some non-zero constants a and b.

Solving $\begin{cases} 33 = a + b \\ 56 = 2a + 4b \end{cases}$, we have

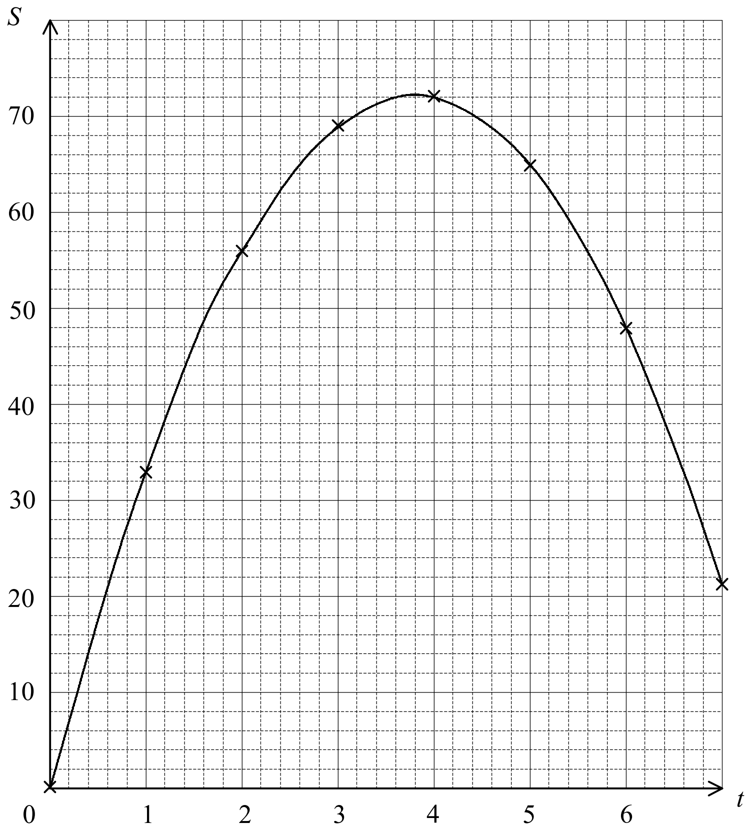
$a = 38$ and $b = -5$

$\therefore \quad S = 38t - 5t^2$

(b) When $S = 40$, $5t^2 - 38t + 40 = 0$

$t = 1.26$ or 6.34

(c)



From the graph, S is greatest when $t \approx 3.8$.

Section B

14. (a) (i) -0.0237 , 0.0105

(ii) From (i) , the root lies in the interval [1.05, 1.1].
Using the method of bisection,

a [$f(a) < 0$]	b [$f(b) > 0$]	$m = \dfrac{a+b}{2}$	$f(m)$
1.0500	1.1000	1.0750	–0.0144
1.0750	1.1000	1.0875	–0.0039
1.0875	1.1000	1.0938	0.0028
1.0875	1.0938	1.0907	–0.0006
1.0907	1.0938	1.0923	0.0011
1.0907	1.0923	1.0915	0.0002
1.0907	1.0915		

$\therefore \quad 1.0907 < h < 1.0915$

$x \approx 1.091$ (correct to 3 decimal places)

(b) The given conditions lead to the equation

$$1000(1+r\%)^4 + 1000(1+r\%)^3 + 1000(1+r\%)^2 + 1000(1+r\%) = 5000$$

Let $x = 1+r\%$, then

$$1000x^4 + 1000x^3 + 1000x^2 + 1000x = 5000$$

$$x^4 + x^3 + x^2 + x = 5$$

$$\frac{x(x^4-1)}{x-1} = 5$$

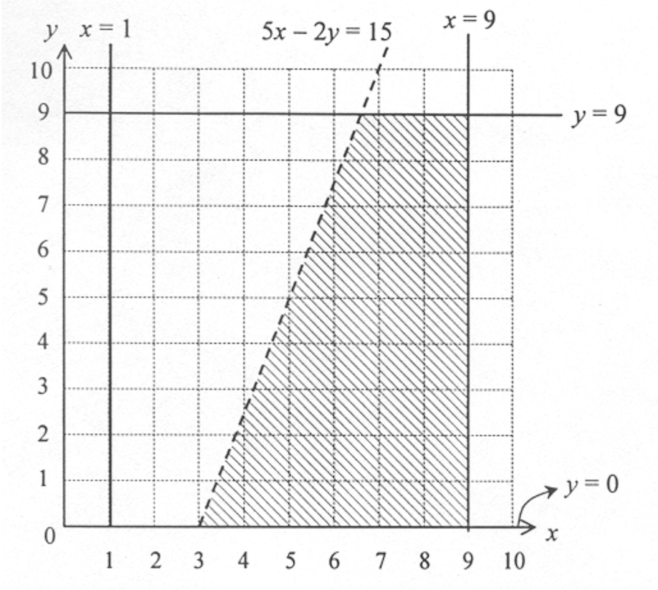
$$x^5 - x = 5x - 5$$

$$x^5 - 6x + 5 = 0$$

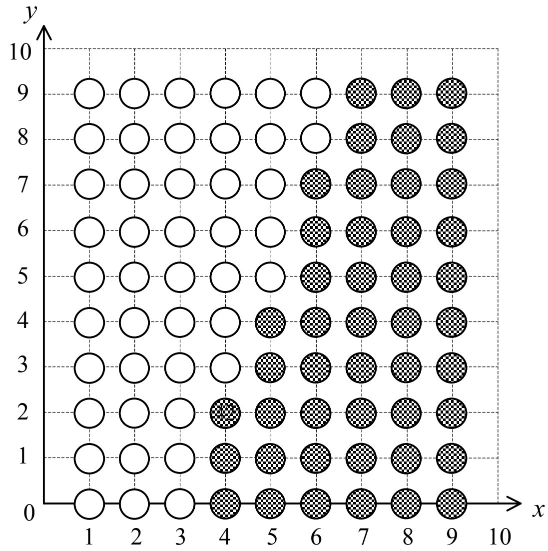
From (a), $x \approx 1.091$

i.e. $r \approx 9.1$

15. (a)



(b) (i)



(ii) (I) Required probability $= \dfrac{46}{90} = \dfrac{23}{45}$

(II) Required probability $= \dfrac{46}{90}\times\dfrac{14}{89}+\dfrac{14}{90}\times\dfrac{46}{89} = \dfrac{644}{4005}$

16. (a) In the trapezium $BCDE$,

$$\text{height} = x\sin 60° \text{ cm} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ cm}$$

$$CD = (6-x) \text{ cm}$$

$$\therefore \quad \frac{6+(6-x)}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}x = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}(12-x)x}{4} = 5\sqrt{3}$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

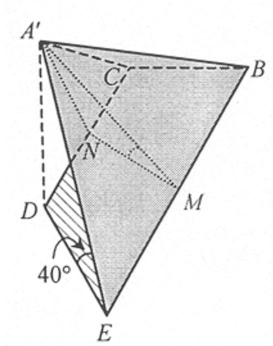
$$(x-2)(x-10) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{or} \quad x = 10 \text{ (rejected)}$$

(b) (i) $A'D^2 = [6^2 + 2^2 - 2(6)(2)\cos 40°] \text{ cm}^2 \approx 21.6149 \text{ cm}^2$

$A'D \approx 4.65$ cm

(ii) Let M, N be the mid-points of EB and DC respectively, then



$$A'M = 6\sin 60° \text{ cm} = 3\sqrt{3} \text{ cm},$$

$$MN = 2\sin 60° \text{ cm} = \sqrt{3} \text{ cm}, \text{ and}$$

$$A'N = \sqrt{A'D^2 - DN^2} \approx \sqrt{21.6149 - 2^2} \text{ cm} \approx \sqrt{17.6149} \text{ cm}$$

The angle between the planes $BCDE$ and $A'BE$ is $\angle A'MN$.

$$\cos\angle A'MN \approx \frac{(3\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 - 17.6149}{2(3\sqrt{3})(\sqrt{3})} \approx 0.6881$$

$$\angle A'MN \approx 46.5°$$

(iii) Required volume $= \frac{1}{3}(\text{area of trapezium } CDEB)(A'M \sin\angle A'MN)$

$$\approx \frac{1}{3}(5\sqrt{3})(3\sqrt{3}\sin 46.5°) \text{ cm}^3$$

$$\approx 10.9 \text{ cm}^3$$

17. (a) (i) Centre $= \left(\frac{p}{2}, 0\right)$, radius $= \frac{p}{2}$

Equation of the circle OPS:

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$x^2 + y^2 - px = 0$$

(ii) $\because$ S lies on the circle OPS.,

$\therefore$ $a^2 + b^2 - pa = 0$

Using Pythagoras' Theorem,

$$\begin{aligned} OS^2 &= a^2 + b^2 \\ &= pa \\ &= OP \cdot OR \\ &= OP \cdot OQ \cos \angle POQ \end{aligned}$$

(b) (i) $\because$ BC is a diameter of the circle $BCEF$,

$\therefore$ $\angle BEC = 90°$ ($\angle$ in semicircle)

i.e. BE is an altitude of ΔABC.

(ii) Since the points C, A, B, G and E are defined analogously as the points O, P, Q, S and R in (a),

$\therefore$ $CG^2 = CA \cdot CB \cos \angle ACB$.

Similarly, AD is also an altitude of ΔABC and

$CF^2 = CB \cdot CA \cos \angle ACB$.

Hence $CG = CF$.