

數學 試卷一
試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時完卷(上午八時三十分至上午十時三十分)

1. 在本封面的適當位置填寫考生編號、試場編號及座位編號。
2. 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。每部各佔33分。
3. 甲部(1)及甲部(2)各題**全答**。乙部選答**三題**。答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。如有需要，可要求派發補充答題紙。每張紙均須寫上考生編號，並用繩縛於簿內。
4. 在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案可用真確值表示，亦可用近似值表示，惟須準確至三位有效數字。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

| | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|
| 考生編號 | | | | | | | |
| 試場編號 | | | | | | | |
| 座位編號 | | | | | | | |

| | 由閱卷員填寫 | 由試卷主席填寫 |
|--------|--------|---------|
| | 閱卷員編號 | 試卷主席編號 |
| 甲部試題編號 | 積分 | 積分 |
| 1-2 | | |
| 3-4 | | |
| 5-6 | | |
| 7-8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |
| 甲部總分 | | |

| | | | |
|--------------|------|--|--|
| 核分員專用 | 甲部總分 | | |
|--------------|------|--|--|

| 乙部試題編號 (由考生填寫) | 積分 | 積分 |
|-------------------|----|----|
| | | |
| | | |
| | | |
| 乙部總分 | | |

| | | | |
|--------------|------|--|--|
| 核分員專用 | 乙部總分 | | |
|--------------|------|--|--|

| | |
|-------|--|
| 核分員編號 | |
|-------|--|

參考公式

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-------------------------|------------|
| 球 | 體 | 表 | 面 | 積 | = | $4\pi r^2$ |
| | | 體 | 積 | = | $\frac{4}{3}\pi r^3$ | |
| 圓 | 柱 | 側 | 面 | 積 | = | $2\pi rh$ |
| | | 體 | 積 | = | $\pi r^2 h$ | |
| 圓 | 錐 | 側 | 面 | 積 | = | πrl |
| | | 體 | 積 | = | $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ | |
| 角 | 柱 | 體 | 積 | = | 底面積 × 高 | |
| 角 | 錐 | 體 | 積 | = | $\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高 | |

甲部(1) (33分)

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

1. 設 $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ 。若 $C = 30$ ，求 F 。 (3分)

2. 化簡 $\frac{x^{-3}y}{x^2}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

3. 求圖 1 中扇形的面積。

(3分)

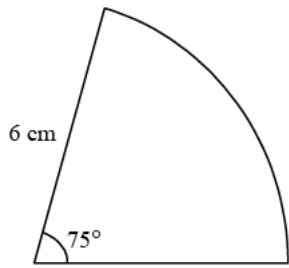


圖 1

4. 求圖 2 中的 a 及 x 。

(4分)

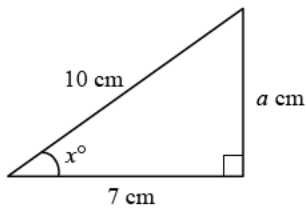
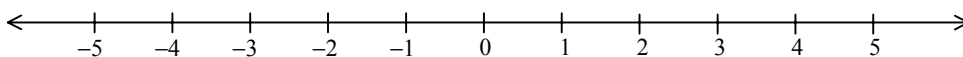


圖 2

5. 解 $\frac{11-2x}{5} < 1$ ，並於圖 3 中表示其解。

(4分)

**圖 3**

6. 設 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 2x - 7$ 。求 $f(x)$ 除以 $x+3$ 時的餘數。

(3分)

7. 圖 4 中， AD 及 BC 為圓的兩條平行弦， AC 及 BD 交於 E 。
求 x 及 y 。

(4分)

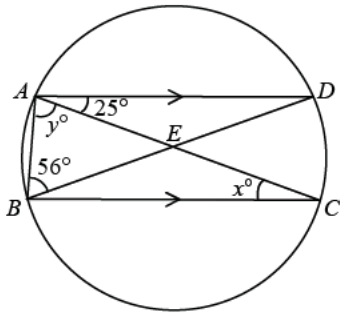


圖 4

8. 在一幅比例為 1:5 000 的地圖中，香港國際機場客運大樓的面積為 220 cm^2 。該大樓實際佔地多少 m^2 ？

(4分)

甲部(2) (33分)

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

10. (a) 解 $10x^2 + 9x - 22 = 0$ 。

(2分)

- (b) 董先生在 25 歲生日時將 \$10 000 存入某銀行，又在 26 歲生日時存入 \$9 000。銀行是按年以年利率 $r\%$ 計算複利息，而他在 27 歲生日時所得的本利和為 \$22 000。求 r 。

(4分)

11. 圖 5 顯示 75 首歌曲長度的分佈的累積頻數多邊形。

75 首歌曲長度的分佈的累積頻數多邊形

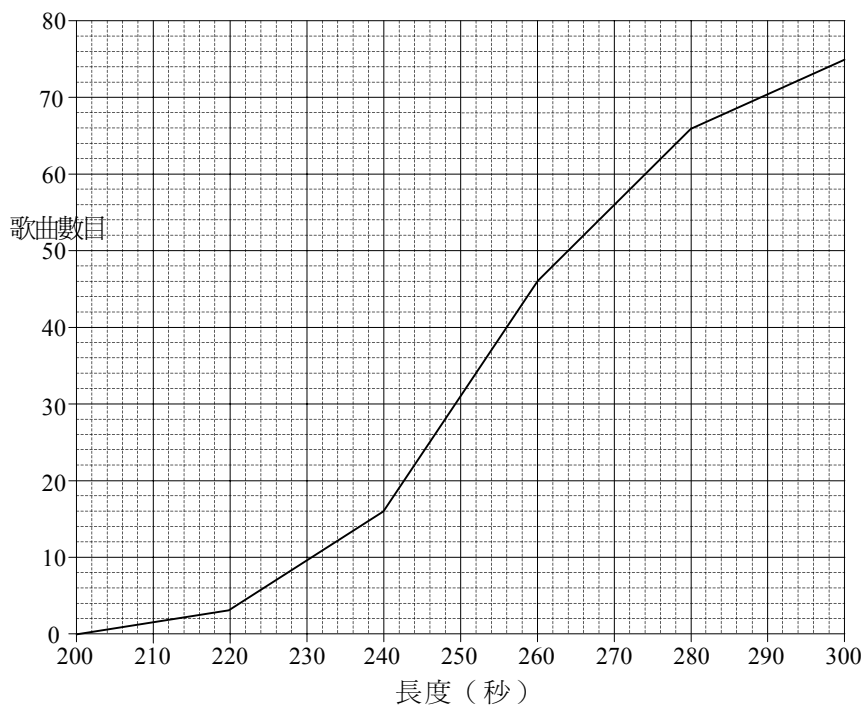


圖 5

(a) 完成以下兩表。 (2分)

| 長度 (t 秒) | 累積頻數 |
|----------------|------|
| $t \leq 220$ | 3 |
| $t \leq 240$ | 16 |
| $t \leq 260$ | 46 |
| $t \leq 280$ | |
| $t \leq 300$ | 75 |

| 長度 (t 秒) | 頻數 |
|--------------------|----|
| $200 < t \leq 220$ | 3 |
| $220 < t \leq 240$ | 13 |
| $240 < t \leq 260$ | 30 |
| $260 < t \leq 280$ | |
| $280 < t \leq 300$ | 9 |

(b) 求這個分佈的平均值的估值。 (2分)

(c) 從累積頻數多邊形估計這個分佈的中位數。 (1分)

(d) 求這些歌曲中長度超過 220 秒但不超過 260 秒的歌曲所佔的百分數。 (2分)

12. 一盒中有九百張紙卡，每張卡記有一個不同的三位數，由 100 至 999。從盒中隨機抽出一張卡。

(a) 求抽出的數有兩個數字是零的概率。(2分)

(b) 求抽出的數沒有一個數字是零的概率。(2分)

(c) 求抽出的數只有一個數字是零的概率。(2分)

13. 圖 6 中， $ABCDE$ 是一正五邊形， $CDFG$ 是一正方形， BG 的延線與 AE 交於 P 。

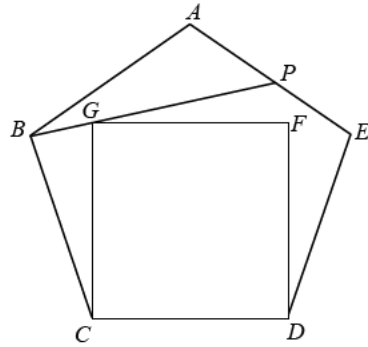


圖 6

- (a) 求 $\angle BCG$ 、 $\angle ABP$ 及 $\angle APB$ 。
(5分)

- (b) 利用 $\frac{AP}{\sin \angle ABP} = \frac{AB}{\sin \angle APB}$ 此一事實，或其他方法，指出 AP 及 PE 這兩個線段哪一個較長。
(3分)

14. 某演奏廳有 50 行座位。全部座位由第一行至最後一行及由左至右按數目次序編號，如圖 7 所示。第一行有座位 20 個，第二行有座位 22 個，接著的每一行較前一行多 2 個座位。

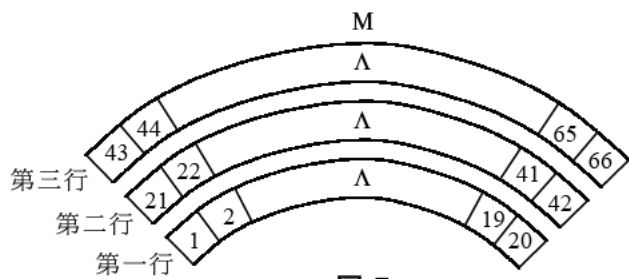


圖 7

(a) 最後一行有多少個座位？ (2分)

(b) 求首 n 行的座位總數。
由此求編號 2000 的座位在哪一行。 (4分)

乙部 (33 分)

本部選答三題，答案須寫在預留的空位內。

每題 11 分。

15. 某公司將花生和杏仁混合，生產出 A 及 B 兩種牌子的混合果仁。每包 A 牌子的混合果仁內有 40 g 花生和 10 g 杏仁，而每包 B 牌子的混合果仁內有 30 g 花生和 25 g 杏仁。該公司有 2400 kg 花生、1200 kg 杏仁和 70 個紙皮箱。每個紙皮箱可裝 1000 包 A 牌子的混合果仁或 800 包 B 牌子的混合果仁。

每箱 A 牌子的混合果仁和每箱 B 牌子的混合果仁分別可帶來 \$800 及 \$1000 的利潤。設共生產了 x 箱 A 牌子的混合果仁及 y 箱 B 牌子的混合果仁。

- (a) 利用圖 8 的方格紙，求使利潤為最大的 x 及 y 。

(8 分)

- (b) 若 B 牌子混合果仁的箱數須少於 A 牌子混合果仁的箱數，求可得的最大利潤。

(3 分)

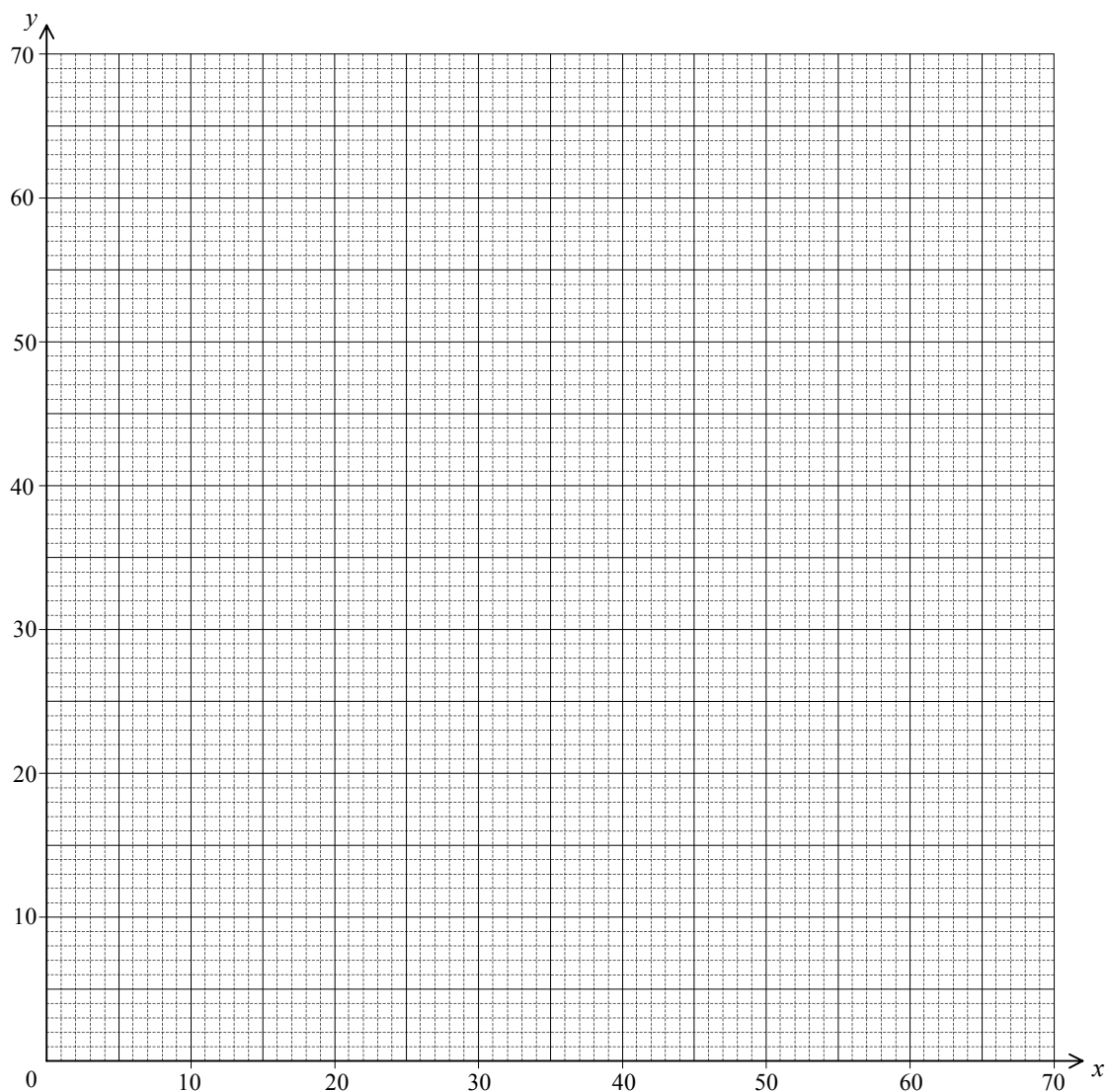


圖 8

16. 圖 9 中， C 為圓 PQS 的圓心。 OR 及 OP 分別與圓相切於 S 及 P 。 OCQ 為一直線，而 $\angle QOP = 30^\circ$ 。

(a) 證明 $\angle PQQ = 30^\circ$ 。 (3 分)

(b) 設 $OPQR$ 為一圓內接四邊形。

(i) 證明 RQ 與圓 PQS 相切於 Q 。

(ii) 在圖 9 中引入一直角坐標系使 O 及 C 的坐標分別為 $(0, 0)$ 及 $(6, 8)$ 。 求 QR 的方程。

(8 分)

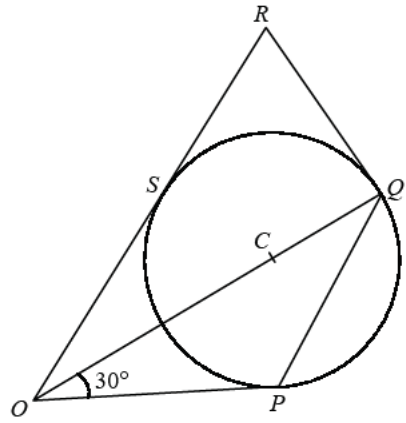


圖 9

17. 圖 10 顯示一鉛垂於水平地面的牆，上有一圓，圓心為 O ，半徑為 10 m 。 A 、 B 及 C 是圓周上的三點，使 A 位於 O 的正下方， $\angle AOB = 90^\circ$ 及 $\angle AOC = 20^\circ$ 。 地面上的一個激光發射器 D 對 B 發射一束激光。 該束激光掃過一個 30° 的角後射向 A 。 由 D 測 B 及 A 的仰角分別為 60° 及 30° 。

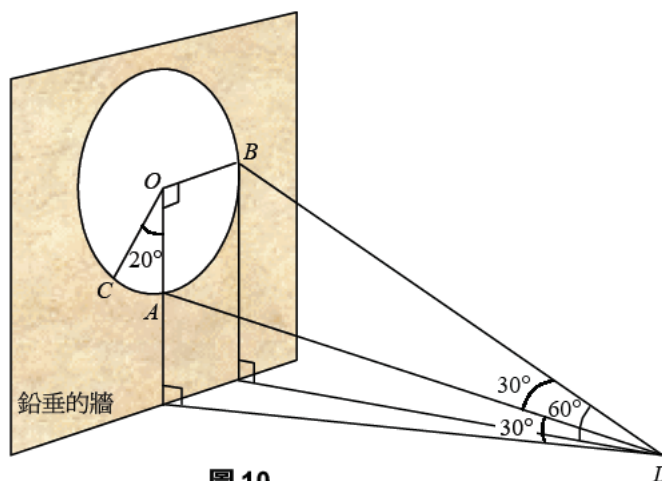


圖 10

- (a) 設 A 離地面的高度為 $h\text{ m}$ 。
 (i) 以 h 表 AD 及 BD 。
 (ii) 求 h 。

(7 分)

- (b) 地面上的另一激光發射器 E 對 A 發射一束激光，其仰角為 25° 。該束激光掃過一個 5° 的角後射向 C 。求 $\angle ACE$ 。

(4 分)

18. 圖 11.1 顯示一半徑為 10 cm 的半球形固體。沿一與其底平行的平面將它分割成 P 和 Q 兩截。 P 的高和體積分別為 h cm 及 V cm³。

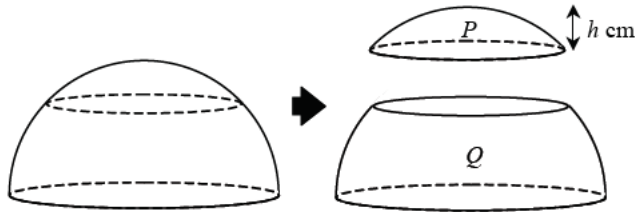


圖 11.1

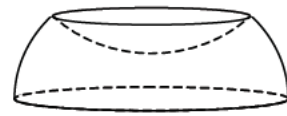


圖 11.2

已知 V 是兩部分的和，一部分與 h^2 正變，另一部分與 h^3 正變。當 $h=1$ 時， $V = \frac{29}{3}\pi$ ，又當 $h=3$ 時， $V = 81\pi$ 。

- (a) 以 h 及 π 表 V 。 (3 分)
- (b) 從 Q 的頂挖走一與 P 全等的固體，使成一個如圖 11.2 所示的容器。
- (i) 求該容器的表面積（不包括底部）。
- (ii) 已知該容器的體積為 $\frac{1400}{3}\pi$ cm³。證明 $h^3 - 30h^2 + 300 = 0$ 。
- 利用圖 11.3 的圖像及一適當的方法求 h 的值，答案須準確至二位小數。 (8 分)

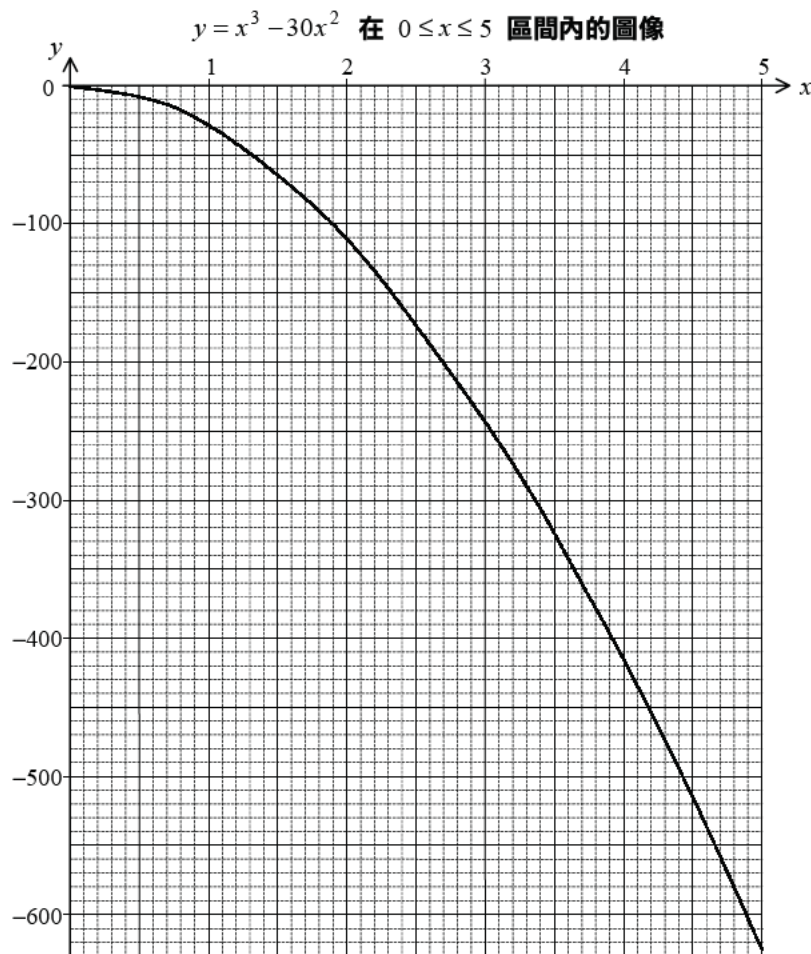


圖 11.3

2000

Mathematics 1
Section A(1)

1. 86

2. $\frac{y}{x^5}$

3. 23.6 cm^2

4. $a = \sqrt{51}$

$x \approx 45.6$

5. $x > 3$

6. -1

7. $x = 25$

$y = 74$

8. $550\,000 \text{ m}^2$

9. (a) $-\frac{2}{5}$

(b) $2x + 5y - 12 = 0$

(c) $(0, \frac{12}{5})$

Section A(2)

10. (a) $x = -2$ or $\frac{11}{10}$
- (b) $10000(1+r\%)^2 + 9000(1+r\%) = 22000$
 $10(1+r\%)^2 + 9(1+r\%) - 22 = 0$
From (a), $1+r\% = 1.1$
 $r = 10$
11. (a) Missing value in 1st table = 66
Missing value in 2nd table = 20
- (b) An estimate of the mean
 $= \frac{210 \times 3 + 230 \times 13 + 250 \times 30 + 270 \times 20 + 290 \times 9}{75}$ seconds
 ≈ 255 seconds
- (c) Median ≈ 254 seconds
- (d) Percentage required $= \frac{13+30}{75} \times 100\% \approx 57.3\%$
12. (a) Probability required $= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$
- (b) Probability required $= \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$
- (c) Probability required $= 1 - \frac{1}{100} - \frac{81}{100} = \frac{9}{50}$

13. (a) Size of each interior angle of the pentagon = $\frac{(5-2)\times 180^\circ}{5} = 108^\circ$

$$\angle BCG = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$$

$$\angle CBG = \frac{180^\circ - 18^\circ}{2} = 81^\circ$$

$$\angle ABP = 108^\circ - 81^\circ = 27^\circ$$

$$\angle APB = 180^\circ - 27^\circ - 108^\circ = 45^\circ$$

(b) $\therefore \frac{AP}{\sin 27^\circ} = \frac{AB}{\sin 45^\circ}$

$$\therefore AP = \frac{\sin 27^\circ}{\sin 45^\circ} AB = \frac{\sin 27^\circ}{\sin 45^\circ} AE \approx 0.642AE$$

$$PE \approx (1 - 0.642)AE \approx 0.358AE$$

$\therefore AP$ is longer than PE .

14. (a) Number of seats in the last row = $20 + 2(50 - 1) = 118$

(b) Total number of seats in the first n rows = $\frac{n}{2}[2 \times 20 + 2(n - 1)] = n^2 + 19n$

If $n^2 + 19n = 2000$, then

$$n^2 + 19n - 2000 = 0$$

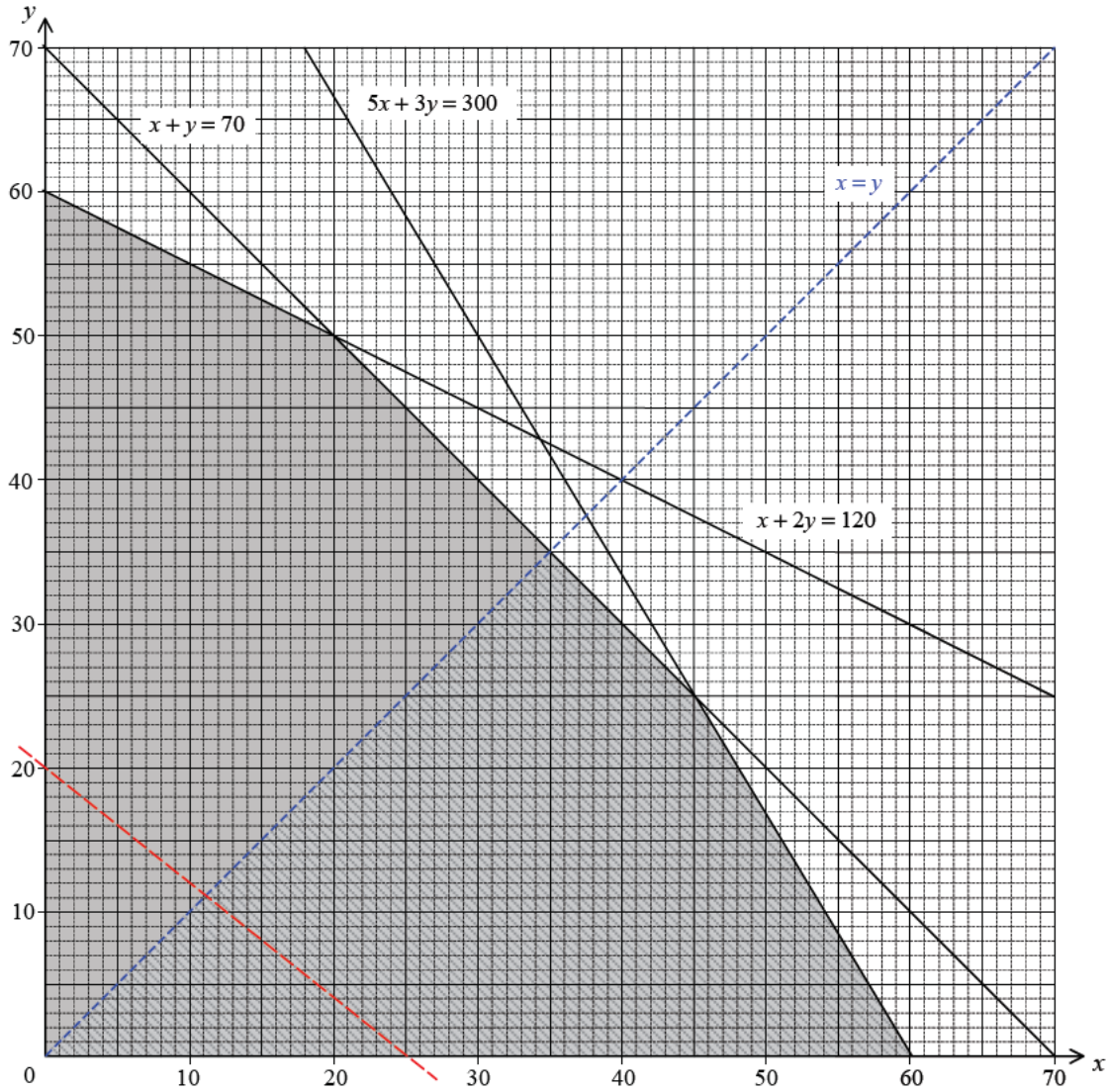
$$n = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4(-2000)}}{2}$$

$$n \approx 36.2 \text{ or } -55.2$$

\therefore The seat numbered 2000 can be found in the 37th row.

Section B

15. (a) x and y satisfy the following conditions:
 $1000(40x) + 800(30y) \leq 2400000$ or $5x + 3y \leq 300$
 $1000(10x) + 800(25y) \leq 1200000$ or $x + 2y \leq 120$
 $x + y \leq 70$
 x, y are non-negative integers



Let $P(x, y)$ be the profit generated by x boxes of brand A mixed nuts and y boxes of brand B mixed nuts. Then

$$\begin{aligned} P(x, y) &= 800x + 1000y \\ &= 200(4x + 5y) \end{aligned}$$

By drawing parallel lines of $4x + 5y = 0$,

$P(x, y)$ attains its maximum at $(20, 50)$.

\therefore The profit is the greatest when $x = 20$ and $y = 50$.

(b) In addition to the conditions in (a), x, y should also satisfy $y < x$.

By considering lines parallel to $4x + 5y = 0$

$P(x, y)$ attains its maximum at $(36, 34)$.

\therefore The greatest profit is \$62800.

16. (a) Join CP .

$$\angle OPC = 90^\circ \quad (\text{tangent } \perp \text{ radius})$$

$$\angle PCO = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \quad (\angle \text{ sum of } \Delta)$$

$$\angle PQO = \frac{1}{2} \angle PCO = 30^\circ \quad (\angle \text{ at centre twice } \angle \text{ at circumference})$$

(b) (i) $\angle ROQ = \angle QOP = 30^\circ$ (tangents from ext. pt.)
 $\angle PQO = 30^\circ$ (proved)
 $\therefore \angle RQP + \angle POR = 180^\circ$ (opp. \angle s of cyclic quad.)
 $\therefore \angle CQR = 180^\circ - 3 \times 30^\circ = 90^\circ$
Hence RQ is tangent to circle PQS at Q . (conv. of tangent \perp radius)

(b) (ii) \therefore Slope of $OC = \frac{4}{3}$
 \therefore Slope of $QR = -\frac{3}{4}$

$$OC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$CQ = CP = OC \sin 30^\circ = 5$$

Let the coordinates of Q be (x, y) .

$$\therefore OC : CQ = 10 : 5 = 2 : 1$$

$$\therefore \frac{2x+1(0)}{3} = 6 \quad \text{and} \quad \frac{2y+1(0)}{3} = 8$$

$$x = 9 \quad \text{and} \quad y = 12$$

Hence the equation of QR is

$$\frac{y-12}{x-9} = -\frac{3}{4}$$

$$3x + 4y - 75 = 0$$

$$17. \text{ (a) (i) } AD = \frac{h}{\sin 30^\circ} \text{ m} = 2h \text{ m}$$

$$BD = \frac{h+10}{\sin 60^\circ} \text{ m} = \frac{2}{\sqrt{3}}(h+10) \text{ m} = \frac{2\sqrt{3}}{3}(h+10) \text{ m}$$

$$\text{(ii) } AB^2 = (10^2 + 10^2) \text{ m}^2$$

By cosine law,

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 - 2(AD)(DB) \cos \angle ADB$$

$$200 = \left(\frac{h}{\sin 30^\circ}\right)^2 + \left(\frac{h+10}{\sin 60^\circ}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\sin 30^\circ}\right)\left(\frac{h+10}{\sin 60^\circ}\right) \cos 30^\circ$$

$$200 = 4h^2 + \frac{4}{3}(h+10)^2 - 4h(h+10)$$

$$h^2 - 10h - 50 = 0$$

$$h \approx 13.660 \text{ or } -3.660$$

$$h \approx 13.7 \text{ or } -3.66 \text{ (rejected)}$$

$$\text{(b) } AC = 2(10 \sin 10^\circ) \text{ m} \approx 3.47296 \text{ m}$$

$$AE = \frac{h}{\sin 25^\circ} \text{ m} \approx 32.3 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{By sine law, } \sin \angle ACE &= \frac{AE \sin 5^\circ}{AC} \\ &\approx \frac{h \sin 5^\circ}{20 \sin 10^\circ \sin 25^\circ} \\ &\approx 0.8112 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ACE = 54.2^\circ \text{ or } 126^\circ$$

18. (a) Let $V = ah^2 + bh^3$ where a, b are non-zero constants.

$$\begin{cases} \frac{29}{3}\pi = a + b \\ 81\pi = 9a + 27b \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} a + b = \frac{29}{3}\pi & \dots\dots\dots(1) \\ a + 3b = 9\pi & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

(2) - (1) gives $2b = -\frac{2}{3}\pi$

Hence $b = -\frac{\pi}{3}$ and $a = 10\pi$

$\therefore V = 10\pi h^2 - \frac{\pi}{3}h^3$

(b) (i) Surface area = $2\pi \times 10^2 \text{ cm}^2 \approx 628 \text{ cm}^2$

(ii) \therefore Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi \times 10^3 \text{ cm}^3$

$\therefore \frac{2}{3}\pi \times 10^3 - 2V = \frac{1400}{3}\pi$

$\frac{2}{3}\pi \times 10^3 - 2(10\pi h^2 - \frac{\pi}{3}h^3) = \frac{1400}{3}\pi$

$\frac{2}{3}\pi(1000 - 30h^2 + h^3 - 700) = 0$

$h^3 - 30h^2 + 300 = 0$

From the graph in Figure 11.3, $3.3 < h < 3.4$

Let $f(h) = h^3 - 30h^2 + 300$, then $f(3.3) > 0$ and $f(3.4) < 0$.

Using the method of bisection,

| Interval | mid-value (m) | f(m) |
|---------------------|---------------|---------------|
| $3.3 < h < 3.4$ | 3.35 | +ve (0.9204) |
| $3.35 < h < 3.4$ | 3.375 | -ve (-3.2754) |
| $3.35 < h < 3.375$ | 3.363 | -ve (-1.2583) |
| $3.35 < h < 3.363$ | 3.357 | -ve (-0.2519) |
| $3.35 < h < 3.357$ | 3.354 | +ve (0.2507) |
| $3.354 < h < 3.357$ | 3.356 | -ve (-0.0843) |
| $3.354 < h < 3.356$ | 3.355 | +ve (0.0832) |

$\therefore 3.355 < h < 3.356$

$h \approx 3.36$ (correct to 2 decimal places)