

數學 試卷一
試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時完卷(上午八時三十分至上午十時三十分)

1. 在本封面的適當位置填寫考生編號、試場編號及座位編號。
2. 本試卷分**三部**，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。每部各佔33分。
3. 甲部(1)及甲部(2)各題**全答**。乙部選答**三題**。答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。如有需要，可要求派發補充答題紙。每張紙均須寫上考生編號，並用繩縛於簿內。
4. 在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案可用真確值表示，亦可用近似值表示，惟須準確至三位有效數字。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

考生編號							
試場編號							
座位編號							

	由閱卷員填寫	由試卷主席填寫
	閱卷員編號	試卷主席編號
甲部試題編號	積分	積分
1-3		
4-6		
7-8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
甲部總分		

核分員專用	甲部總分		
--------------	------	--	--

乙部試題編號 (由考生填寫)	積分	積分
乙部總分		

核分員專用	乙部總分		
--------------	------	--	--

核分員編號	
-------	--

參考公式

球	體	表	面	積	=	$4\pi r^2$
		體	積	=	$\frac{4}{3}\pi r^3$	
圓	柱	側	面	積	=	$2\pi rh$
		體	積	=	$\pi r^2 h$	
圓	錐	側	面	積	=	πrl
		體	積	=	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	
角	柱	體	積	=	底面積 × 高	
角	錐	體	積	=	$\frac{1}{3} \times$ 底面積 × 高	

甲部(1) (33分)

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

1. 化簡 $\frac{(a^{-3})^2}{a}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

2. 令 x 成爲公式 $a = b + \frac{c}{x}$ 的主項。 (3分)

3. 求使不等式 $3x - 4 > 2(x - 1)$ 及 $x < 6$ 同時成立的 x 值的範圍。 (3分)

4. 圖 1 中，求從 A 測 B 的方位。

(3 分)

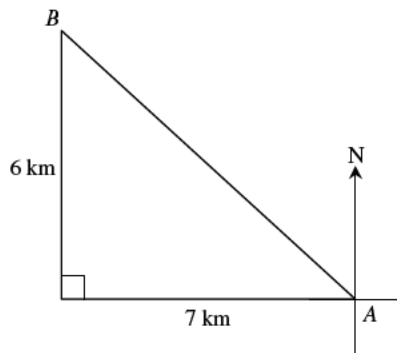


圖 1

5. 圖 2 中， A 、 B 、 C 、 D 是圓上的點，且 AC 為直徑。求 x 及 y 。

(4 分)

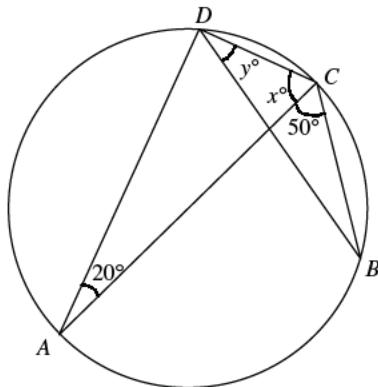
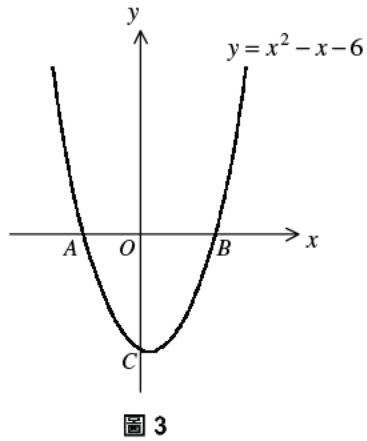


圖 2

6. y 的一部分隨 x 正變，另一部分隨 x^2 正變。當 $x=2$ ， $y=20$ ；
又當 $x=3$ ， $y=39$ 。以 x 表 y 。

(4 分)

7. $y = x^2 - x - 6$ 的圖像與 x 軸交於 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$ ，與 y 軸交於 $C(0, c)$ ，如圖 3 所示。求 a 、 b 及 c 。 (4 分)



8. 6 名學生的高度是 x cm、161 cm、168 cm、159 cm、161 cm 和 152 cm。他們的平均高度為 158 cm。 (4 分)

(a) 求 x 。

(b) 求這些學生的高度的中位數。

(5分)

9. 圖 4 所示為一扇形。

(a) 求 r 。

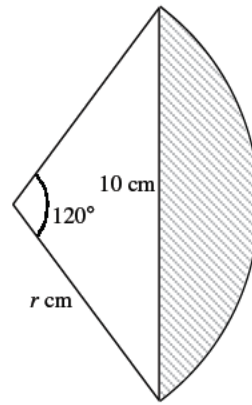


圖 4

(b) 求陰影區域的面積。

甲部(2) (33分)

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

10. 圖 5 中， $A(-8, 8)$ 及 $B(16, -4)$ 為兩點。線段 AB 的垂直平分線 ℓ 與 AB 交於 M ，與 x 軸交於 P 。

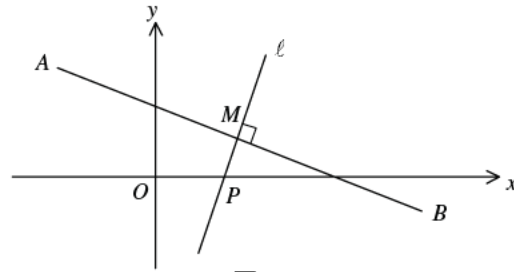


圖 5

- (a) 求 ℓ 的方程。 (4分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) 求 BP 的長度。 (2分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (c) 若 N 為 AP 的中點，求 MN 的長度。 (2分)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11. 某校去年曾就其中五畢業生的升學情況進行調查。200名畢業生中，有120名是男生，80名是女生。圖6顯示這些男生的升學情況。

120名男生的升學情況

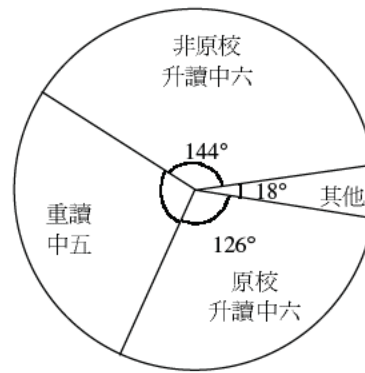


圖 6

- (a) 求重讀中五的男生人數。 (2分)

- (b) 升讀中六的男生當中，有百分之幾在原校升讀？ (2分)

- (c) 調查結果亦顯示有 22.5% 的女生在原校升讀中六。求畢業生中，原校升讀中六的畢業生所佔的百分數。 (2分)

12. 孫先生正在某巴士站等候巴士。已知 75% 的巴士是有空調的，而當中的 20% 裝有八達通機。至於非空調巴士，則全部沒有安裝八達通機。

(a) 求下一輛巴士是裝有八達通機的概率。 (2分)

(b) 巴士的票價為 \$3.00。孫先生沒有八達通卡，但袋中卻有兩枚一元硬幣和三枚二元硬幣。若他從袋中隨機取出兩枚硬幣，求這些硬幣的總值恰好是 \$3.00 的概率。 (4分)

本頁積分

A large area of the page containing numerous horizontal dashed lines for writing.

18. 圖 10 顯示將一等邊三角形紙卡 ABC 摺成一架紙飛機。紙卡邊長 24 cm 。 D 、 E 、 F 為邊 BC 上的點使 $BD = DE = EF = FC$ 。飛機的摺法是將紙卡沿直線 AD 、 AE 及 AF 摺疊，使 AD 與 AF 重疊。飛機由兩等長的垂杆 BM 及 CN 承托，使 A 、 B 、 D 、 F 、 C 位於同一平面，而 A 、 E 、 M 、 N 在同一水平地面上。

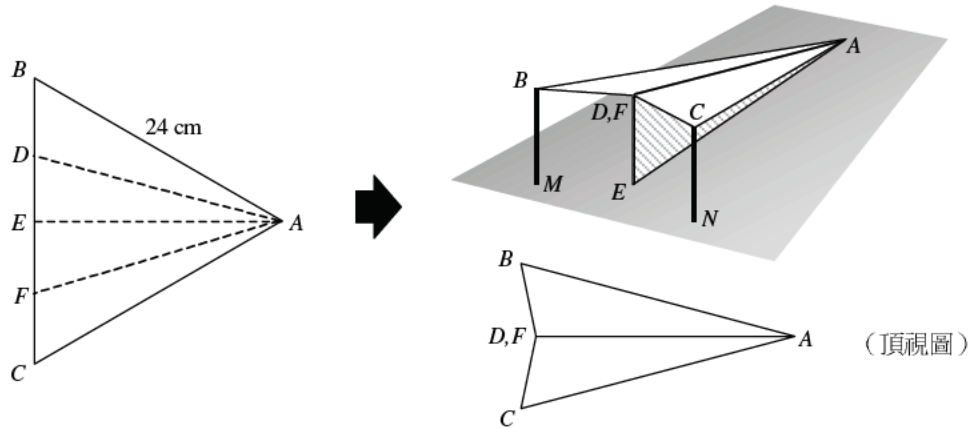


圖 10

- (a) 求飛機兩翼端點 B 和 C 間的距離。 (6 分)
- (b) 求飛機兩翼與水平地面間的傾角。 (2 分)
- (c) 求垂杆 CN 的長度。 (3 分)

1999

Mathematics 1
Section A(1)

1. $\frac{1}{a^7}$

2. $x = \frac{c}{a-b}$

3. $2 < x < 6$

4. N49.4°W

5. $x = 70$, $y = 40$

6. $y = 4x + 3x^2$

7. $a = -2$, $b = 3$, $c = -6$

8. (a) 147

(b) 160 cm

9. (a) 5.77

(b) 20.5 cm²

Section A(2)

10. (a) $M = \left(\frac{-8+16}{2}, \frac{8-4}{2}\right) = (4, 2)$

$$\text{Slope of } AB = \frac{-4-8}{16-(-8)} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Slope of } \ell = 2$$

$$\text{Equation of } \ell: \frac{y-2}{x-4} = 2$$

$$2x - y - 6 = 0$$

(b) Sub. $y = 0$ into the equation of ℓ , we have $x = 3$

$$\text{i.e. } P = (3, 0)$$

$$BP = \sqrt{(16-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{185}$$

(c) By mid-point theorem,

$$MN = \frac{1}{2} BP = \frac{\sqrt{185}}{2}$$

11. (a) Number of boys who repeated S.5 = $120 \times \frac{360-144-18-126}{360} = 24$

(b) Percentage required = $\frac{126}{144+126} \times 100 \approx 46.7\%$

(c) Number of students promoted to S.6 in own school

$$= 120 \times \frac{126}{360} + 80 \times 22.5\%$$

$$= 60$$

$$\text{Percentage required} = \frac{60}{200} \times 100 = 30\%$$

12. (a) The probability that the next bus has an Octopus machine installed
 $= 0.75 \times 0.2$
 $= 0.15$
- (b) The probability that the total value of the coins taken out is exactly \$3.00
 $= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$
 $= \frac{3}{5}$

13. (a) Volume of the cylindrical part $= 5^2(4)\pi \text{ cm}^3$
 Volume of the hemispherical part $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 5^3 \times \pi \text{ cm}^3$
 Capacity of the hole $= 183\frac{1}{3}\pi \text{ cm}^3$

- (b) Let $h \text{ cm}$ be the height of the smaller cone cut off from the larger cone.

$$\frac{h}{4} = \frac{h+10}{9}$$

$$9h = 40 + 4h$$

$$h = 8$$

Volume of wood in the pen-stand

$$= \left[\frac{1}{3}(9^2)(10+8)\pi - \frac{1}{3}(4^2)(8)\pi - 183\frac{1}{3}\pi \right] \text{ cm}^3$$

$$= 260\pi \text{ cm}^3$$

14. (a) $\therefore \angle ABD = \angle CDB$ (alt. \angle s, $AB \parallel DC$)
 $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABD$ and
 $\angle CDF = 180^\circ - \angle CDB$ (adj. \angle s on st. line)
 $\therefore \angle ABE = \angle CDF$

- (b) In $\triangle ABE$ and $\triangle CDF$
 $\angle ABE = \angle CDF$ (proved)
 $AB = CD$ (opp. sides of parallelogram)
 $BE = DF$ (given)
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS)
 Hence $\angle AEB = \angle CFD$ (corr. \angle s of congruent Δ s)
 $EA \parallel CF$ (alt. \angle s equal)

Section B

15. (a) Service reservoir will be empty when $D = 0$.

When $t = 11$, $D > 0$.

When $t = 12$, $D < 0$.

Using the method of bisection,

Interval	mid-value	D
$11 < t < 12$	11.5	+ve (0.760)
$11.5 < t < 12$	11.75	+ve (0.149)
$11.75 < t < 12$	11.88	-ve (-0.179)
$11.75 < t < 11.88$	11.82	-ve (-0.027)

$\therefore 11.75 < t < 11.82$

$t \approx 11.8$ (correct to the nearest 0.1)

i.e. The reservoir will be empty in 11.8 days.

(b) Let $V \text{ m}^3$ be the capacity of service reservoir Y, then the filling rates

of pipe A, B and C are $\frac{V}{x+3} \text{ m}^3/\text{day}$, $\frac{V}{x} \text{ m}^3/\text{day}$ and $\frac{V}{x-2} \text{ m}^3/\text{day}$

respectively.

$$\therefore \frac{V}{x+3} + \frac{V}{x} + \frac{V}{x-2} = \frac{V}{4}$$

$$\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3x^2 + 2x - 6}{x^3 + x^2 - 6x} = \frac{1}{4}$$

$$x^3 - 11x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$\therefore x^3 - 11x^2 - 14x + 24 = (x-1)(x+2)(x-12)$$

$$\therefore x = -2, 1 \text{ or } 12$$

By the nature of the problem, the first two roots are rejected.

Hence $x = 12$

16. (a) (i) $\angle ACF = \angle DEF$ (corr. \angle s, $AC \parallel DE$)
 $\angle DEF = \angle DBF$ (\angle s in same segment)
 $\therefore \angle ACF = \angle DBF$
Hence A, F, B and C are concyclic. (conv. of \angle s in same segment)

- (ii) $\therefore A, F, B$ and C are concyclic and $\angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore AC$ is a diameter of the circle $AFBC$
Hence M is the centre and MB, MF are radii of the circle $AFBC$
 $\therefore MB = MF$

- (b) (i) \therefore slope of $PQ =$ slope of $RS = 1$
 $\therefore PQ \parallel RS$

- (ii) Equation of QS : $\frac{y-17}{x} = \frac{17-7}{2}$
 $y = 5x + 17$

Sub. into the equation of the circle:

$$x^2 + (5x+17)^2 + 10x - 6(5x+17) + 9 = 0$$

$$13x^2 + 75x + 98 = 0$$

$$(x+2)(13x+49) = 0$$

The coordinates of T are $(-\frac{49}{13}, -\frac{24}{13})$.

- (iii) Equation of the circle PQO is

$$(x + \frac{17}{2})^2 + (y - \frac{17}{2})^2 = \frac{289}{2}$$

$$x^2 + y^2 + 17x - 17y = 0$$

$\therefore T$ does not satisfy the above equation

$\therefore P, Q, O$ and T are not concyclic.

$$17. \text{ (a) } 500000(1-r\%)^{11} = 284400$$

$$1-r\% = \sqrt[11]{\frac{284400}{500000}} \approx 0.95$$

$$r \approx 5$$

(b) (i) Income for the whole year

$$= \$ \frac{500000(1-0.95^{12})}{1-0.95}$$

$$\approx \$ 4596399$$

Production cost for the whole year

$$= \$ \frac{12}{2} (2 \times 400000 - 20000 \times 11)$$

$$= \$ 3480000$$

\therefore Income > Production cost

\therefore The factory will still make a profit for the whole year.

(ii) Let the research be stopped at the end of the k -th month.

$$300000k > 3480000 - \frac{k}{2} [2 \times 400000 - 20000(k-1)]$$

$$30k > 348 - 40k + k(k-1)$$

$$k^2 - 71k + 348 < 0$$

$$\frac{71 - \sqrt{71^2 - 4 \times 348}}{2} < k < \frac{71 + \sqrt{71^2 - 4 \times 348}}{2}$$

$$5.2965 < k < 65.7035$$

\therefore The research project will last for 6 months.

$$\begin{aligned}
 18. \quad (a) \quad AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2(AB)(BD) \cos \angle ABD \\
 &= 24^2 + 6^2 - 2 \times 24 \times 6 \cos 60^\circ \text{ cm}^2 \\
 \therefore AD &\approx 21.633 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\sin \angle BAD}{BD} = \frac{\sin \angle ABD}{AD}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \sin \angle BAD &= \frac{6 \sin 60^\circ}{AD} \\
 &\approx \frac{6 \sin 60^\circ}{21.633} \\
 &\approx 0.2402
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Distance between the tips of the wings} \\
 &= 2(24 \sin \angle BAD) \text{ cm} \\
 &\approx 2 \times 24 \times 0.2402 \text{ cm} \\
 &\approx 11.5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad &\text{Inclination of the wings to the horizontal ground} \\
 &= \angle DAE \\
 &= \sin^{-1} \frac{6}{AD} \\
 &\approx 16.1^\circ
 \end{aligned}$$

(c) Let K be the mid-point of the wings' tips.

$$\begin{aligned}
 AK &= 24 \cos \angle BAD \text{ cm} \\
 &= 24 \cos 13.9^\circ \text{ cm} \\
 &\approx 23.297 \\
 &\approx 23.3 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CN &= \text{height of point } K \text{ from the ground} \\
 &= AK \sin \angle DAE \\
 &\approx 23.297 \times \frac{6}{21.633} \text{ cm} \\
 &\approx 6.46 \text{ cm}
 \end{aligned}$$