

1994 數學 卷一

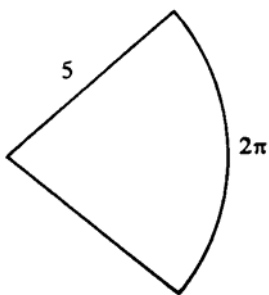
1. (a) 若 $y = 2x + 3$ ，以 y 表 x 。
- (b) 分解 $ax + 2ay + bx + 2by$ 為因式。
- (c) 化簡 $9\sqrt{3} - \sqrt{75}$ 。
- (d) 十一名學生在某次數學測驗中所得的積分如下：
10 20 30 45 50 60 65 65 65 70 70。

求以上積分的

- (i) 平均數；
(ii) 眾數；
(iii) 中位數。

(6分)

2. (a) 將 135° 化成弧度。(答案以 π 表示。)
- (b) 若 $\sin x^\circ = \sin 36^\circ$ 及 $90 < x < 270$ ，求 x 的值。
- (c) 若 $\cos y^\circ = -\cos 36^\circ$ 及 $180 < y < 360$ ，求 y 的值。



(5分)

- (d) 圖 1 中，求扇形的面積。
- (e) 兩球體的半徑之比為 2:3，求它們的體積之比。

3. 當 $(x + 3)(x - 2) + 2$ 除以 $x - k$ 時，餘數為 k^2 ，求 k 的值。
(3分)

4. 設 x 隨 y^2 而正變且隨 z 而反變。當 $y = 3$ 及 $z = 10$ 時， $x = 54$ 。

(a) 以 y 及 z 表 x 。

(b) 若 $y = 5$ 及 $z = 12$ ，求 x 。

(3分)

5. 圖 2 中，計算

(a) BE 的長度；

(b) x 及 y 的值。

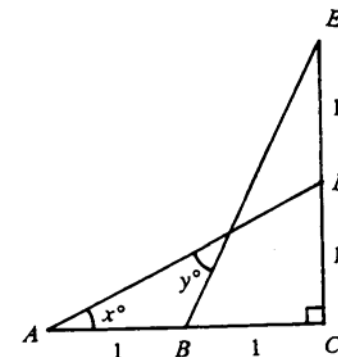


圖 2

(4分)

6. 某商人以 $\$x$ 購入一物品，並在其商店中以高於成本 70% 的價格作為定價。該物品隨後以九五折售給一顧客。

(a) 問這商人在出售該物品時所得的盈利百分率。

(b) 若該顧客以 $\$2907$ 購入該物品，求 x 的值。

(5分)

7. (a) 化簡 $\frac{(a^4b^{-2})^2}{ab}$ ，並以正指數表示答案。

(b) 若 $\log 2 = x$ 及 $\log 3 = y$ ，以 x 及 y 表 $\log\sqrt{12}$ 。

(6分)

8.

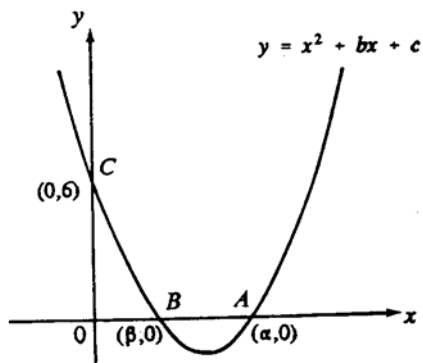


圖 3

圖 3 中，曲線 $y = x^2 + bx + c$ 與 y 軸相交於 $C(0, 6)$ ，並與 x 軸相交於 $A(\alpha, 0)$ 及 $B(\beta, 0)$ ，其中 $\alpha > \beta$ 。

(a) 求 c ，並由此求 $\alpha\beta$ 的值。

(b) 以 b 表 $\alpha + \beta$ 。

(c) 利用 (a) 和 (b) 的結果，以 b 表 $(\alpha - \beta)^2$ 。由此求 ΔABC 的面積，答案以 b 表示。

(7分)

乙部 (60分)

本部選答五題。

每題 12 分。

9. 小明住在屯門，他可選擇乘搭 LRT (輕便鐵路) 或步行返校。

乘搭 LRT 返校遲到的概率是 $\frac{1}{7}$ ，而步行返校遲到的概率則是 $\frac{1}{10}$ 。

(a) 在某一星期內，小明在星期一、星期二及星期三乘搭 LRT 返校，問

(i) 他在這三天都遲到的概率；

(ii) 他在這三天都不遲到的概率。

(4分)

(b) 在同一星期內，小明在星期四、星期五及星期六步行返校，問

(i) 在這三天內，他只在星期四及星期五遲到的概率；

(ii) 他在這三天中有兩天遲到的概率。

(4分)

(c) 星期日，小明返校參加籃球比賽。若他乘搭 LRT 或步行返校的機會均等，問他在當天遲到的概率。

(4分)

10. 圖 4a 顯示一直立圓柱形水箱的縱切面，該水箱的半徑為 2 米，高為 3 米，盛水至深度 1.5 米。

(a) 以 π 表箱內的水的體積。

(1 分)

(b) 若放置一半徑為 0.6 米的圓球入水箱內，且圓球完全浸沒於水中，則水位上升 h 米。求 h (見圖 4b)。

(3 分)

(c) 現放置一半徑為 r 米的圓球入水箱內，且圓球剛好浸沒於水中 (見圖 4c)。

(i) 證明 $2r^3 - 12r + 9 = 0$ 。

(ii) 證明 (i) 部的方程在 0.6 與 1 之間有一根，並利用分半法求此根，答案須準確至兩位小數。

(8 分)

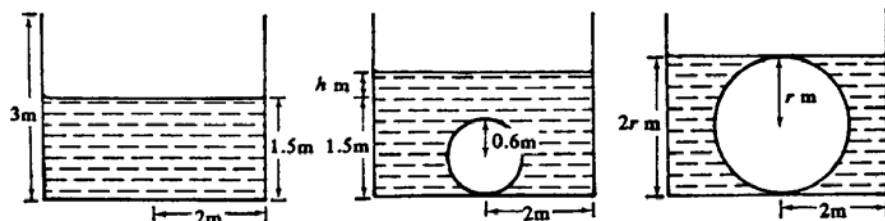


圖 4a

圖 4b

圖 4c

11. (a) 在第 8 頁的方格紙上，繪畫下列直線：

$$x + y = 10,$$

$$x + 2y = 12,$$

$$2x = 3y.$$

(3 分)

(b) 陳先生擬聘請承造商建造一長方形的花園 $ABCD$ ，該花園的長 AB 為 x 米，闊 BC 為 y 米。這計劃包括沿邊 AB 建造一長度為 x 米的牆及沿其他三邊建造欄杆，如圖 5 所示。

陳先生要求花園四邊的總長不少於 20 米，並且花園長度的兩倍不能少於其闊度的三倍。但無論如何，沒有承造商願意建造總長少於 12 米的欄杆。

(i) 寫出上述對 x 及 y 的所有約束條件。

(ii) 陳先生需支付給承造商的建牆費用為每米 \$500，而建欄杆費用則為每米 \$300。如果要使建牆和建欄杆的總支出最少，求花園的長和闊，並求此最少的總支出。

(9 分)

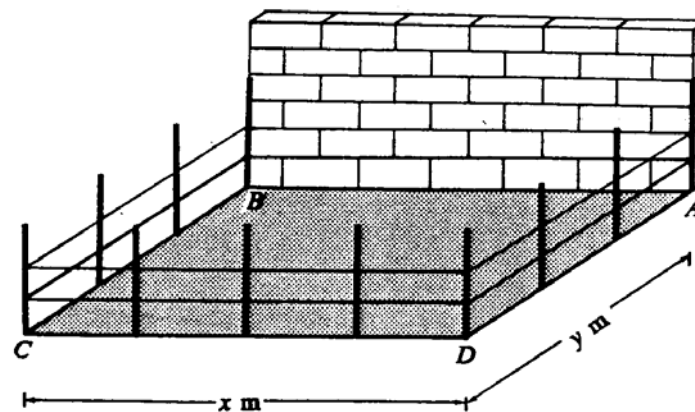
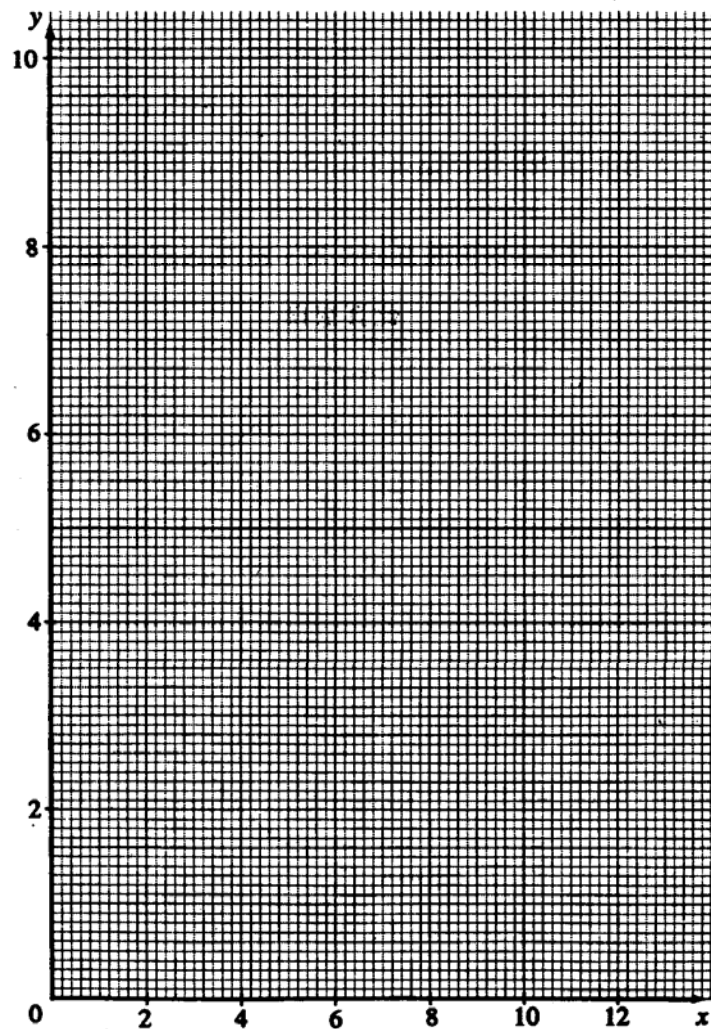


圖 5

11. (續) 考生若選答第 11 題，須填寫上列三空格，並將本頁縛在答題簿內，一併交回。



12. 圖 6 所示的兩圓為

$$C_1: x^2 + y^2 = 1,$$

$$C_2: (x-10)^2 + y^2 = 49.$$

O 為原點及 A 為 C_2 的圓心。 QP 為 C_1 與 C_2 的一外公切線，切點分別為 Q 與 P 。 QP 的斜率為正值。

- (a) 寫出 A 的坐標及 C_2 的半徑。 (2分)
- (b) PQ 的延線與 x 軸交於 R ，利用相似三角形求 R 的 x 坐標。 (3分)
- (c) 利用 (b) 的結果，求 QP 的斜率。 (2分)
- (d) 利用 (b) 及 (c) 的結果，求外公切線 QP 的方程。 (3分)
- (e) 求圓 C_1 及 C_2 的另一外公切線的方程。 (2分)

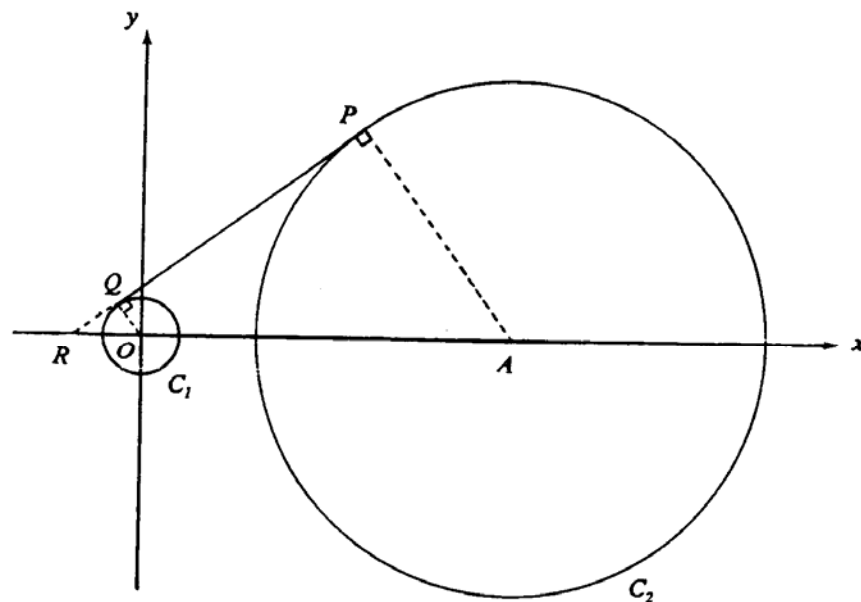


圖 6

13. 本題答案須寫在第 12 – 13 頁的空欄內。

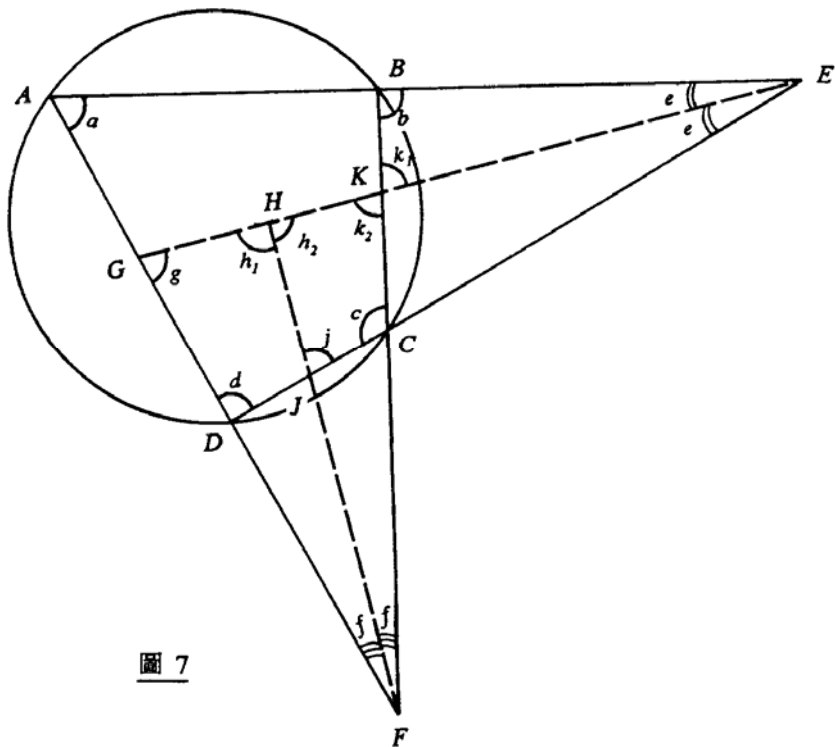


圖 7

圖 7 中， A 、 B 、 C 、 D 為圓上的點，且 ABE 、 $GHKE$ 、 $DJCE$ 、 $AGDF$ 、 HJF 、 $BKCF$ 為直線。 FH 平分 $\angle AFB$ 及 GE 平分 $\angle AED$ 。

- (a) 證明 $\angle FGH = \angle FKH$ 。 (3 分)
- (b) 證明 $FH \perp GK$ 。 (3 分)
- (c) (i) 若 $\angle AED = \angle AFB$ ，證明 D 、 J 、 H 、 G 共圓。
- (ii) 若 $\angle AED = 28^\circ$ 及 $\angle AFB = 46^\circ$ ，求 $\angle BCD$ 。 (6 分)

考生若選答第 13 題，須填寫上列三空格，並將本頁縛在答題簿內，一併交回。

第 13 題的答案

下列證明步驟使用圖 7 中的符號。

(a) 在 $\triangle BKE$ 中， $b + e + k_1 = 180^\circ$ ()
 $k_1 = 180^\circ - b - e$

同理，在 $\triangle GDE$ 中，

$$g = 180^\circ - d - e$$

$\therefore b = d$ ()

$\therefore k_1 = g$

$\therefore k_1 = k_2$ ()

$\therefore g = k_2$

即 $\angle FGH = \angle FKH$

(b) 在 $\triangle FHG$ 中， $h_1 + f + g = 180^\circ$ (三角形內角和)

$$h_1 = 180^\circ - f - g$$

同理，在 $\triangle FHK$ 中，

$$h_2 = \text{ }$$

$\therefore g = k_2$ (已證)

$\therefore h_1 = \text{ }$

$\therefore h_1 + h_2 = 180^\circ$ ()

$\therefore 2h_1 = 180^\circ$

$$h_1 = 90^\circ$$

即 $FH \perp GK$

(c)(i) 在 $\triangle EHJ$ 中, $h_1 = j + e$ ()

$$j = h_1 - e$$

$$= 90^\circ - e$$

在 $\triangle FHG$ 中, $g + h_1 + f = 180^\circ$ (三角形內角和)

$$g = 180^\circ - h_1 - f$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - f$$

$$= 90^\circ - f$$

$\therefore \angle AED = \angle AFB$ (已知)

$$2e = 2f$$

$$e = f$$

\therefore = g

因此, D 、 J 、 H 、 G 共圓。 ()

(c)(ii) 解:

14. 圖 8 中, OT 為一高 h 米的垂直塔, O 、 P 和 Q 為同一水平面上的點。某人在 P 點時測得塔的方位為正北及塔頂 T 的仰角為 30° 。當他沿 $N50^\circ E$ 的方向步行 500 米到達 Q 點時, 則測得塔的方位為 $N70^\circ W$ 。

(a) 求 OQ 及 OP 。

(3 分)

(b) 求 h 。

(2 分)

(c) 求由 Q 測 T 的仰角, 答案須準確至最接近的整數度。

(2 分)

(d) (i) 若他從 Q 點出發, 在同一水平面上沿 $N\theta^\circ E$ 的方向再步行 400 米至 R 點 (圖 8 並無顯示), 則測得 T 的仰角為 20° 。求 $\angle OQR$, 並由此寫出 θ 的值 (θ 的值須準確至最接近的整數)。

(ii) 若他重新由 Q 點出發, 在同一水平面上沿另一方向步行同樣 400 米的距離至 S 點, 則測得 T 的仰角又為 20° 。求由 Q 測 S 的方位, 答案須準確至最接近的整數度。

(5 分)

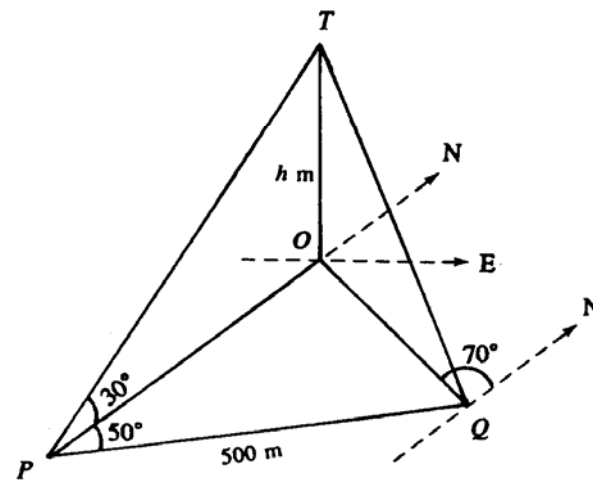


圖 8

15. 設 1994 年內香港出生的嬰兒的數目為 70 000，並且在隨後的年份裏，每年出生嬰兒的數目較其前一年增加 2%。
- (a) (i) 求 1994 年後的第 1 年內香港出生的嬰兒的數目。
(ii) 求 1994 年後的第 n 年內香港出生的嬰兒的數目。
(2 分)
- (b) 在哪一年香港出生的嬰兒的數目首次超過 90 000 ?
(3 分)
- (c) 求由 1997 至 2046 (包括首尾兩年) 在香港出生的嬰兒的總數。
(3 分)
- (d) 已知由 1901 至 2099，可被 4 整除的年份便是閏年。
(i) 求 1997 至 2046 之間閏年的數目；
(ii) 求 1997 至 2046 之間的閏年裏香港出生的嬰兒的總數。
(4 分)

— 試卷完 —