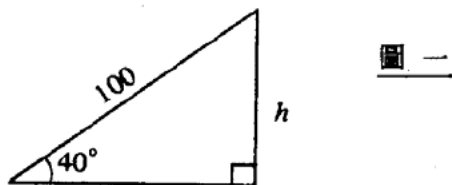


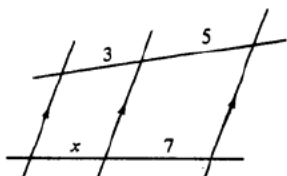
1993 數學 卷一

1. (a) 本金 \$100，年利率 3%，問 6 個月的單利是多少？

(b) 圖一中，求 h 。



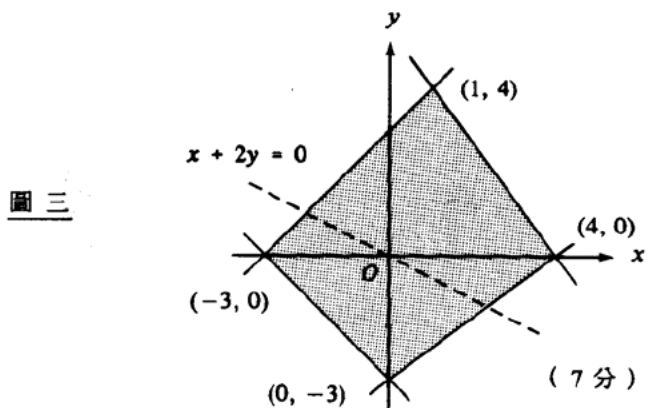
(c) 圖二中，求 x 。



(d) 試在圖三中的陰影區域（包括邊界在內）找出一點 (x, y) ，使 $x + 2y$ 的值為

- (i) 最大，
- (ii) 最小。

問這最大值及最小值是多少？



2. (a) 設 $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ 。求 $f(3)$ 。

(b) 若 $2xy + 3 = 6x$ ，試以 x 表 y 。

(c) 化簡 $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ 。

(d) 求 $x^3 + x^2$ 除以 $x - 1$ 的餘數。

(e) 求 $6x^2y^3$ 及 $4xy^2z$ 的 H.C.F. 及 L.C.M.。

(f) 若 $(x - 1)(x + 2) = x^2 + rx + s$ ，求 r 及 s 。

(g) 將 $\frac{1}{\sqrt{3} - 1}$ 有理化。

3. 在 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 區間內，解 $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2}$ 。

(4分)

4. 解不等式 $x^2 - x - 2 < 0$ 。

由此解不等式 $(y - 100)^2 - (y - 100) - 2 < 0$ 。

(6分)

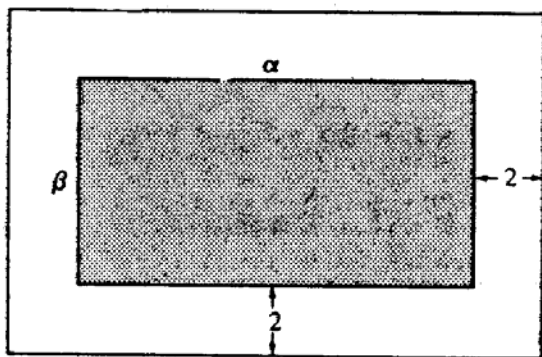
5. (a) 若 $9^x = \sqrt{3}$ ，求 x 。

(b) 化簡 $x \left(\frac{x^{-1}}{y^2} \right)^{-3}$ ，並以正指數表示答案。

(6分)

6.

圖四



一幅矩形照片的長 α 及闊 β 是方程 $2x^2 - mx + 500 = 0$ 的兩個根。現將照片裱在一塊矩形的紙板上，四周圍邊的闊均為 2，如圖四所示。

- (a) 求照片的面積。
- (b) 試以 m 表示
- (i) 照片的周界，
- (ii) 圍邊的面積。

(7分)

乙部 (60分)

本部選答五題。

每題 12 分。

7. 下列頻數表顯示 200 名學生在某次數學考試的積分分佈。

頻數表

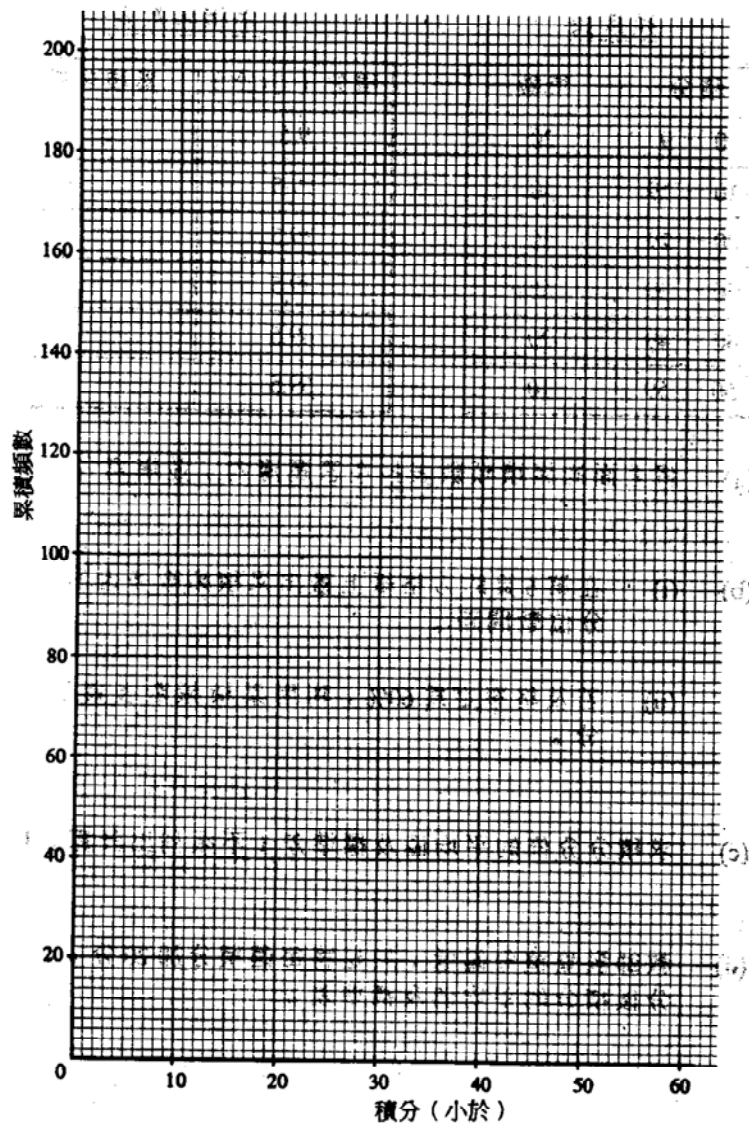
積分	頻數
0 - 9	20
10 - 19	40
20 - 29	60
30 - 39	50
40 - 49	20
50 - 59	10

累積頻數表

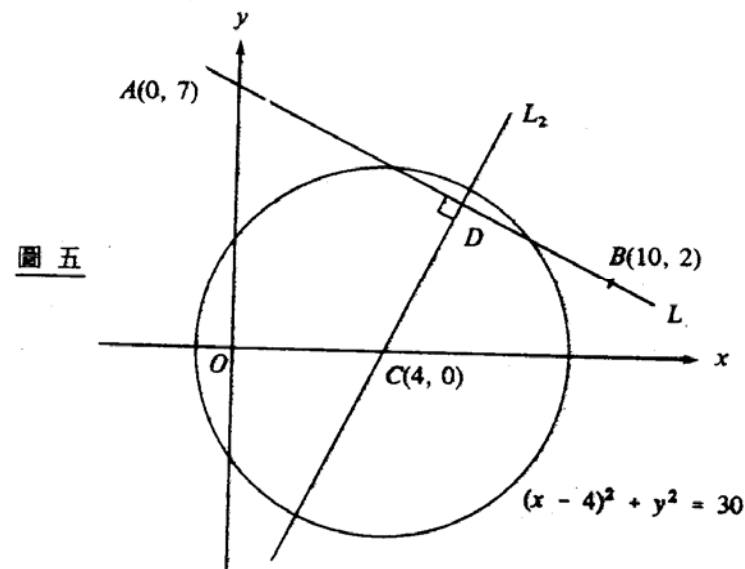
積分 (小於)	累積頻數
9.5	
19.5	
29.5	
39.5	
49.5	
59.5	

- (a) 將上面的累積頻數表抄在答題簿內，並填寫各空欄。
(2分)
- (b) (i) 在第 6 頁的方格紙上畫出累積頻數多邊形，並求四分位數間距。
- (ii) 若及格率定為 60%，利用累積頻數多邊形求及格積分。
(6分)
- (c) 求積分分佈的平均值及標準差 (不須列出計算步驟)。
(2分)
- (d) 教師發覺積分偏低，於是將每個積分加 20 分。試寫出加分後積分的平均值及標準差。
(2分)

7. (續) 考生若選答第7題，須填寫上列三空格，並將本頁縛在答題簿內，一併交回。



8. 圖五中，直線 L_1 通過 $A(0, 7)$ 及 $B(10, 2)$ ；直線 L_2 通過 $C(4, 0)$ ，且與 L_1 垂直； L_1 與 L_2 相交於 D 。



- (a) 求 L_1 的方程。
(2分)
- (b) 求 L_2 的方程及 D 的坐標。
(4分)
- (c) P 為線段 AB 上一點，且 $AP : PB = k : 1$ 。試以 k 表 P 的坐標。

若 P 在圓 $(x - 4)^2 + y^2 = 30$ 上，證明

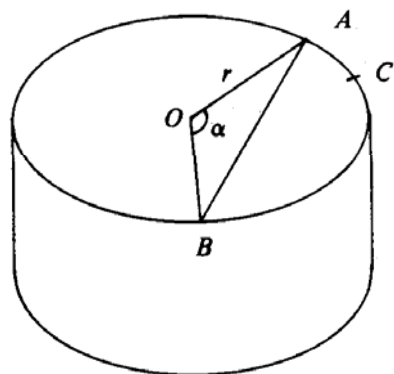
$$2k^2 - 16k + 7 = 0 \dots\dots\dots(*)$$

求方程(*)的根。

再者，若 P 在 A 、 D 之間，求 $\frac{AP}{PB}$ 的值。

(6分)

9.



圖六

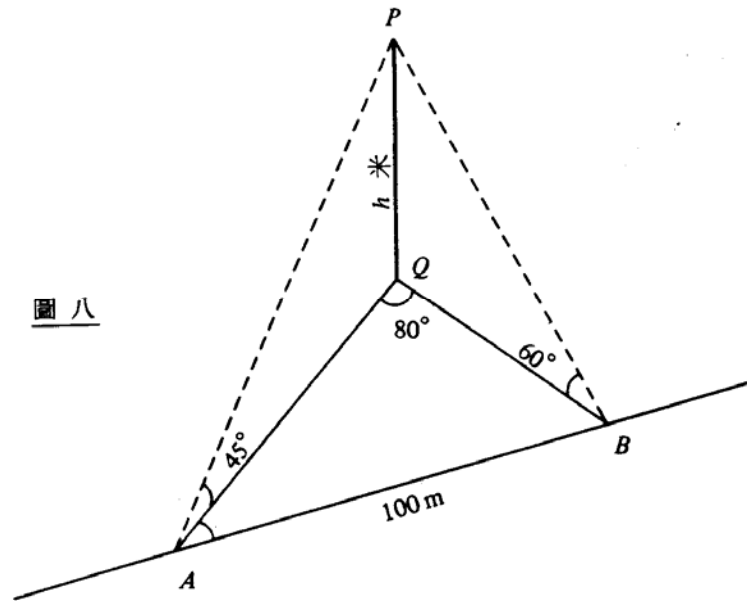
圖六顯示一直立圓柱體。柱頂的面的圓心為 O ，半徑為 r 。弦 AB 將該面的面積分成 4:1 之比， AB 對 O 的圓心角為 α 弧度。 C 為劣弧 AB 上一點。

- (a) (i) 試以 r 及 α 表扇形 $OACB$ 的面積。
- (ii) 試以 r 及 α 表弓形 ACB 的面積。
- (iii) 證明 $\sin \alpha = \alpha - \frac{2\pi}{5}$ 。
- (iv) 證明 α 的值在 2.1 至 2.2 之間。
- (v) 利用分半方法，求 α 的值（答案須準確至兩位小數）。
- (10 分)
- (b) 現利用一垂直於柱頂的平面沿 AB 將該柱體切成兩部份。求兩部份曲面面積的比，答案以 $k:1$ 的形式表示，其中 $k > 1$ 。
- (2 分)

10. 考慮某國的糧食產量及人口問題。該國在第一年裏，糧食的年產量為 8 百萬公噸，第一年年終時的人口為 2 百萬。設糧食的年產量每年增加 1 百萬公噸，人口則每年增加 6%。

- (a) 求該國在
- (i) 第三年裏、
- (ii) 第 n 年裏
- 的糧食年產量（答案以百萬公噸計）。
- (2 分)
- (b) 求首 25 年內糧食的總產量（答案以百萬公噸計）。
- (2 分)
- (c) 求該國在
- (i) 第三年年終時、
- (ii) 第 n 年年終時
- 的人口。
- (2 分)
- (d) 從第一年年終起計，問最少在幾年內人口會增加一倍？
- (3 分)
- (e) 若「糧食人均年產量」（即 $\frac{\text{某年的糧食年產量}}{\text{當年年終時的人口}}$ ）小於 0.2 公噸，則該國會面臨糧食短缺。試估計在第 100 年的年終時該國會否面臨糧食短缺。
- (3 分)

12.



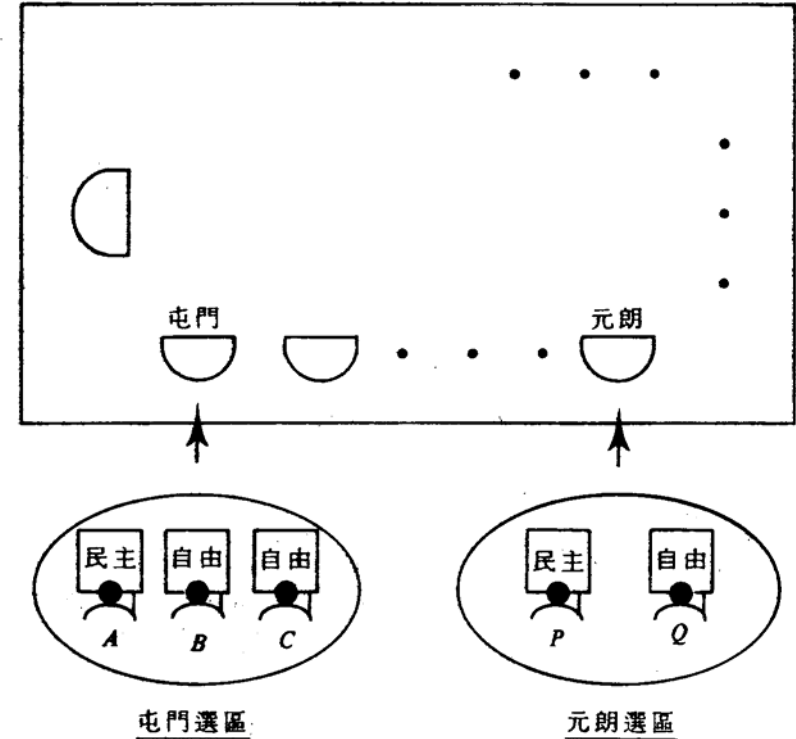
圖八

圖八中， PQ 為一直立的電視塔，高 h 米。塔前有一直路， A 、 B 為路上兩點，相距 100m ，且 A 、 B 、 Q 在同一水平地面上， $\angle AQB = 80^\circ$ 。從 A 、 B 測得 P 的仰角分別為 45° 、 60° 。

- (a) (i) 試以 h 表 AQ 、 BQ 的長度
 (ii) 求 h 及 $\angle QAB$ 。
 (8分)
- (b) 某人從 A 沿直路向 B 走。在 A 、 B 之間的某點 R 處，測得 P 的仰角為 50° 。問 R 距離 A 有多遠？
 (4分)

13.

立法局



在立法局的選舉中，每一選區的登記選民，只能夠在自己所屬選區的候選人中，選擇一位，投他一票。在每一個選區中獲得最多有效票數的候選人則贏得該區的選舉。

在屯門選區中，有 A 、 B 、 C 三個候選人。 A 隸屬於一個名為「民主派」的政黨， B 和 C 則隸屬於一個名為「自由派」的政黨。

在元朗選區中，有 P 、 Q 兩個候選人， P 屬於「民主派」而 Q 則屬於「自由派」。

(a) 根據選舉前的一次調查， A 、 B 、 C 各人贏得所屬選區選舉的概率分別為 0.65 、 0.25 、 0.1 ，而 P 、 Q 贏得所屬選區選舉的概率則分別為 0.45 、 0.55 。從以上資料計算下列的概率：

(i) 「民主派」的候選人在屯門和元朗兩區的選舉都獲勝，

(ii) 屯門和元朗兩區選舉都由同一個政黨的候選人獲勝。
(5分)

(b) 選舉後點算選票，在屯門選區的 40000 張有效選票中， A 取得 70% ， B 取得 20% ， C 取得 10% ；在元朗選區的 20000 張有效選票中， P 取得 40% ， Q 取得 60% 。若隨機從兩個選區的 60000 張有效選票中抽出兩張（先抽一張，放回後再抽一張），求下列的概率：

(i) 兩張選票都來自屯門選區，並且都投「民主派」候選人，

(ii) 兩張選票都投「民主派」候選人，

(iii) 兩張選票分別投不同政黨的候選人。

(7分)

— 試卷完 —