

甲部 (39分)

本部各題全答。

本部每題開始作答時，無須另用新頁。

作答1-3題只須寫出答案，無須列出算式。

1. (a) 將 30° 化為弧度 (答案以 π 表示)。
- (b) 若 $\sin x = \frac{1}{2}$ 且 $90^\circ < x < 180^\circ$ ，求 x 。
- (c) 化簡 $\frac{1 - \sin^2 A}{\cos A}$ 。

2. (a) 若 $\log x = p$ ， $\log y = q$ ，試以 p 及 q 表 $\log xy$ 。
- (b) 求 $x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 除以 $x - 1$ 的餘數。
- (c) 將 $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 有理化。

(3分)

圖1的陰影區域 (包括邊界) 由三個不等式所確定。

- (a) 寫出這三個不等式。
- (b) 問有多少點 (x, y) ，其中 x, y 為整數，滿足 (a) 部的三個不等式？

3.

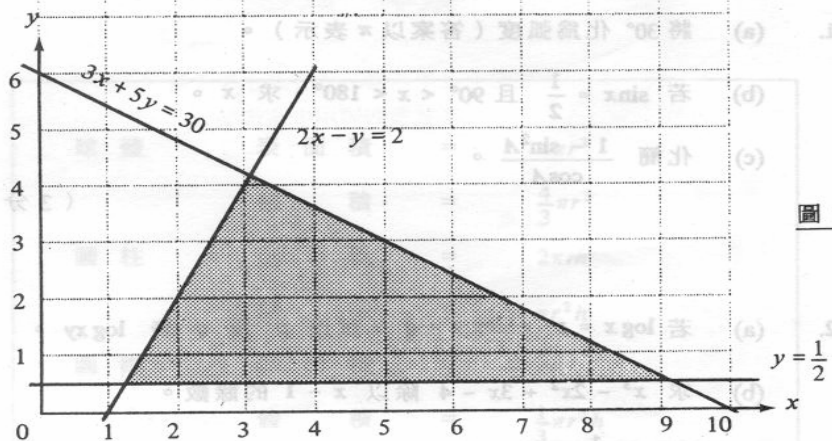


圖 1

(4分)

4. (a) 因式分解
 - (i) $x^2 - 2x$ ，
 - (ii) $x^2 - 6x + 8$ 。
- (b) 化簡 $\frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{1}{x^2 - 6x + 8}$ 。

5. 直線 L_1 通過點 $A(10, 5)$ ，且垂直於直線 $L_2: x - 2y + 5 = 0$ 。

- (a) 求 L_1 的方程。
- (b) 求 L_1 與 L_2 的交點。

(6分)

6. 求 k 值的範圍，使二次方程 $x^2 + 2kx + (k + 6) = 0$ 有兩個相異實根。

(6分)

7.

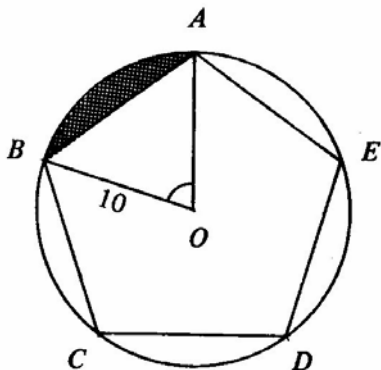


圖 2

圖 2 中， $ABCDE$ 為一正五邊形，內接於一圓，其圓心為 O ，半徑為 10。

8. 某隊運動員有男子 m 人，女子 n 人。在某次競賽中全隊的平均積分為 70。

- (a) 求全隊的總積分（答案以 m 、 n 表示）。
- (b) 若男運動員的平均積分為 75，女運動員的平均積分為 62，求 $m : n$ 。
- (c) 若全隊共有運動員 39 人，求男運動員的人數。

9.

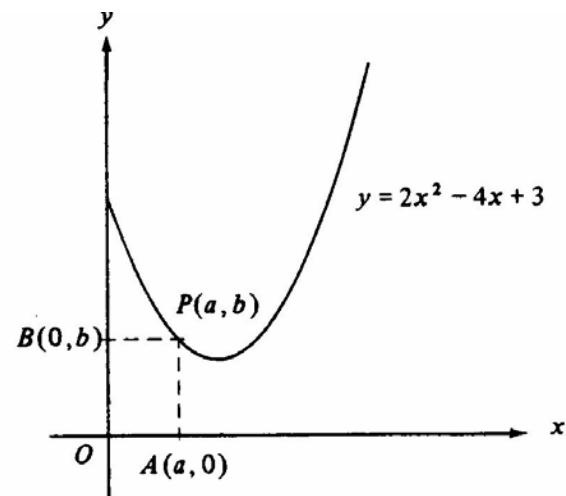


圖 3

圖 3 為 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 的圖形，其中 $x \geq 0$ 。 $P(a, b)$ 為圖形上一動點， $OAPB$ 為矩形，其中 A 、 B 分別在 x 、 y 軸上。

- (a) (i) 以 a 表矩形 $OAPB$ 的面積。
- (ii) 求 a 的兩個值，使 $OAPB$ 為正方形。 (6分)
- (b) 設 $OAPB$ 的面積為 $\frac{3}{2}$ 。
- (i) 證明 $4a^3 - 8a^2 + 6a - 3 = 0$ (*)。
- (ii) 證明方程 (*) 在 1.2 至 1.3 之間有一個根。
- 由此利用分半方法求此根的值（答案須準確至二位小數）。 (6分)

10.

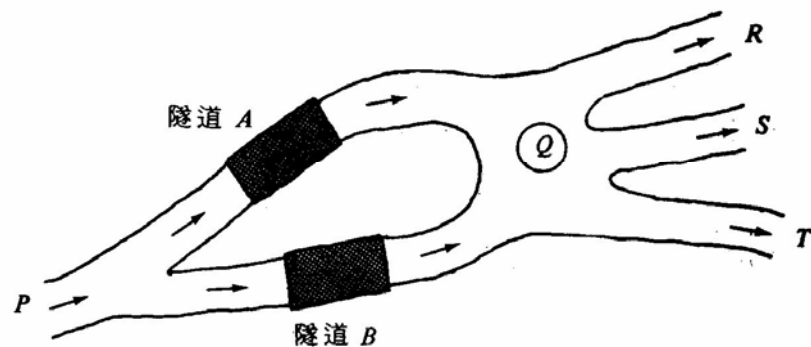


圖 4

圖 4 顯示一個從 P 城至 R 、 S 、 T 各城的單程道路系統。離開 P 城的任何車輛，須通過隧道 A 或通過隧道 B ，然後經過迴旋處 Q 而抵達 R 城、 S 城或 T 城。調查顯示離開 P 的車輛有 $\frac{2}{5}$ 通過隧道 A 。該調查亦顯示經過迴旋處 Q 的車輛有 $\frac{1}{7}$ 抵達 R ， $\frac{2}{7}$ 抵達 S ， $\frac{4}{7}$ 抵達 T 。

(a) 求一輛離開 P 的汽車

- (i) 通過隧道 B 的概率，
- (ii) 不抵達 T 的概率，
- (iii) 通過隧道 B 而抵達 R 的概率，
- (iv) 通過隧道 A 但不抵達 R 的概率。

(6 分)

(b) 兩輛汽車離開 P 。

- (i) 求其中一輛抵達 R ，另一輛抵達 S 的概率。
- (ii) 求兩輛汽車均抵達 S ，其中一輛通過隧道 A 而另一輛則通過隧道 B 的概率。

(6 分)

11.

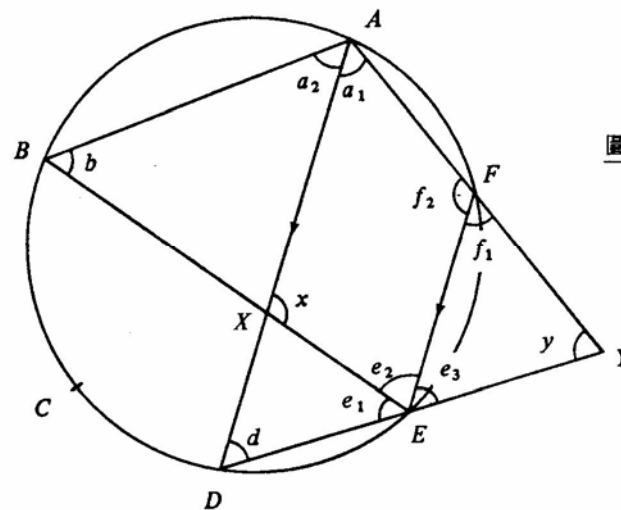


圖 5

本題各答案須寫在第 8—9 頁的空欄內。

圖 5 中， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 為圓上的點，使 $AD \parallel FE$ 且 $\widehat{BCD} = \widehat{AFE}$ 。 AD 與 BE 相交於 X 。 AF 及 DE 的延線相交於 Y 。

(a) 證明 $\triangle EFY$ 為等腰三角形。

(3 分)

(b) 證明 $BA \parallel DE$ 。

(1 分)

(c) 證明 A 、 X 、 E 、 Y 四點共圓。

(3 分)

(d) 若 $\angle b = 47^\circ$ ，求 $\angle f_1$ ， $\angle y$ 及 $\angle x$ 。

(5 分)

考生若選答第 11 題，須填寫上列三空格，並將本頁與答題簿縛緊，一併交回。

第 11 題的答案

(a) 證明：

$$\angle f_1 = \boxed{} \quad (\text{AD} // \text{FE} , \text{對應角相等})$$

$$\text{但 } \boxed{} = \boxed{} \quad (\text{圓內接四邊形的外角等於內對角})$$

$$\therefore \angle f_1 = \angle e_3$$

$$\therefore EY = \boxed{} \quad (\text{等邊對等角})$$

即 $\triangle EFY$ 為等腰三角形

(b) 證明：

$$\widehat{BCD} = \widehat{AFE} \quad (\text{已知})$$

$$\therefore \angle a_2 = \boxed{} \quad (\text{等弧對等圓周角})$$

$$\therefore BA // DE \quad (\text{內錯角相等})$$

(c) 證明：

$$\angle a_1 = \boxed{} \quad (\text{AD} // \text{FE} , \text{對應角相等})$$

$$\text{但 } \boxed{} = \angle b \quad (\text{圓內接四邊形的外角等於內對角})$$

$$\text{且 } \angle b = \angle e_1 \quad (\text{BA} // \text{DE} , \text{內錯角相等})$$

$$\therefore \angle a_1 = \boxed{}$$

$\therefore A, X, E, Y$ 四點共圓 (外角等於內對角的四邊形，必內接於一圓)

(d) 解：

12.

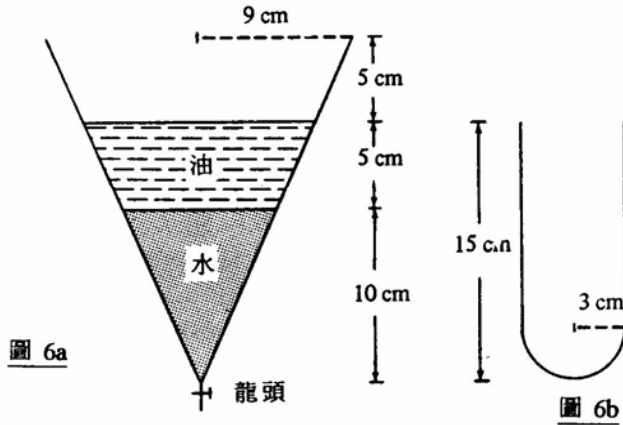


圖 6a 所示為一分液漏斗的縱截面，漏斗為直立圓錐形，其底半徑為 9 cm，其高為 20 cm，且尖端有一小龍頭。漏斗內載有油和水（兩者不能混和），其深度分別為 5 cm 及 10 cm，水在底部。

- (a) (i) 求漏斗的容積（答案以 π 表示）。
- (ii) 求以下的比：

水的體積：油和水的總體積：漏斗的容積。

由此，或用其他方法，求以下的比：

水的體積：油的體積：漏斗的容積。

(6分)

- (b) 現將漏斗內所有的水經過龍頭放入一個高 15 cm 的玻璃管內。玻璃管由兩部分組成，上部為一半徑 3 cm 的空心圓柱體，底部為一同半徑的空心半球體，如圖 6b 所示。

求玻璃管內水的深度。(3分)

- (c) 將漏斗的水完全放入玻璃管後，求剩下來的油的深度。(3分)

13

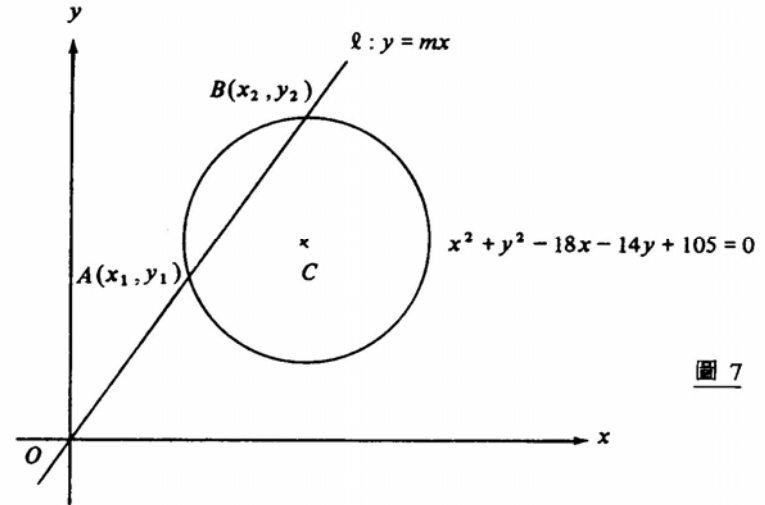


圖 7 中，直線 $l: y = mx$ 通過原點，且與圓 $x^2 + y^2 - 18x - 14y + 105 = 0$ 相交於兩相異點 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 。

- (a) 求圓心 C 的坐標及圓的半徑。(2分)

- (b) 將 $y = mx$ 代入 $x^2 + y^2 - 18x - 14y + 105 = 0$ ，證明 $x_1 x_2 = \frac{105}{1 + m^2}$ 。(2分)

- (c) 以 m 及 x_1 表 OA 的長度，並以 m 及 x_2 表 OB 的長度。

由此求 OA 及 OB 的乘積的值。(4分)

- (d) 若直線 l 與圓心 C 的垂直距離為 3，求 AB 、 OA 的長度。(4分)

14. (a) 已知 G.P. $a^n, a^{n-1}b, a^{n-2}b^2, \dots, a^2b^{n-2}, ab^{n-1}$, 其中 a, b 為不相等、且不等於零的實數。求該 G.P. 的公比及 n 項和。

(3 分)

- (b) 某人參加一個儲蓄計劃，在每年年頭將一筆款項存入他的銀行戶口裏。在第一年年頭他的首次存款為 $\$P$ ，以後他每年比上一年多存入 10%。設銀行存款利率為年利 8%，複利計算，每年一結。

- (i) 求他的戶口在

- (1) 第一年年尾、
- (2) 第二年年尾、
- (3) 第三年年尾的

結存的數式，答案以 P 表示。

(註：無須將數式化簡。)

- (ii) 利用 (a)，或其他方法，證明他的戶口在第 n 年年尾的結存為 $\$54P(1.1^n - 1.08^n)$ 。

(7 分)

- (c) 在某年年頭，一層樓宇價值 $\$1\,080\,000$ 。某人在同一時間參加 (b) 部的儲蓄計劃，首次存款 $\$P = \$20\,000$ 。設樓宇的價值每年增長 15%，證明在第 n 年的年尾，該層樓宇的價值大於那人戶口的結存。

(2 分)

15.

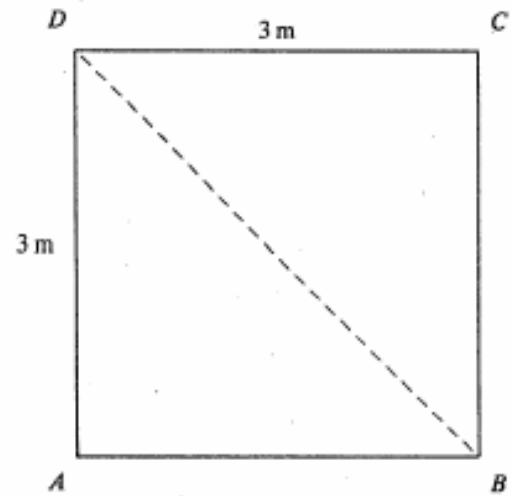


Figure 8a

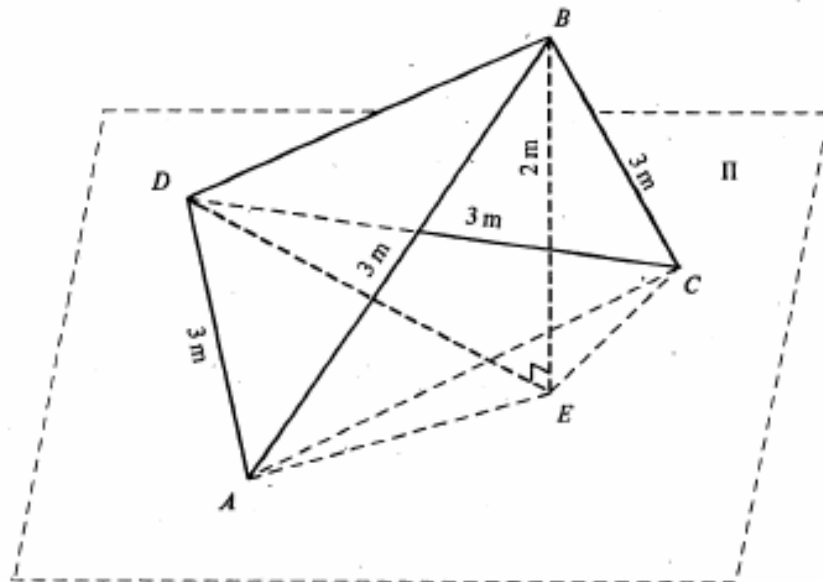


Figure 8b

15.(Cont'd)

In Figure 8a, $ABCD$ is a thin square metal sheet of side three metres. The metal sheet is folded along BD and the edges AD and CD of the folded metal sheet are placed on a horizontal plane Π with B two metres vertically above the plane Π . E is the foot of the perpendicular from B to the plane Π . (See Figure 8b)

- (a) Find the lengths of BD , ED and AE , leaving your answers in surd form. (3 marks)
- (b) Find $\angle ADE$. (3 marks)
- (c) Find the angle between BD and the plane Π . (2 marks)
- (d) Find the angle between the planes ABD and CBD . (4 marks)

END OF PAPER